

НОВАЯ РЕДАКЦИЯ



ТОЛЬКО ДЛЯ РОДИТЕЛЕЙ

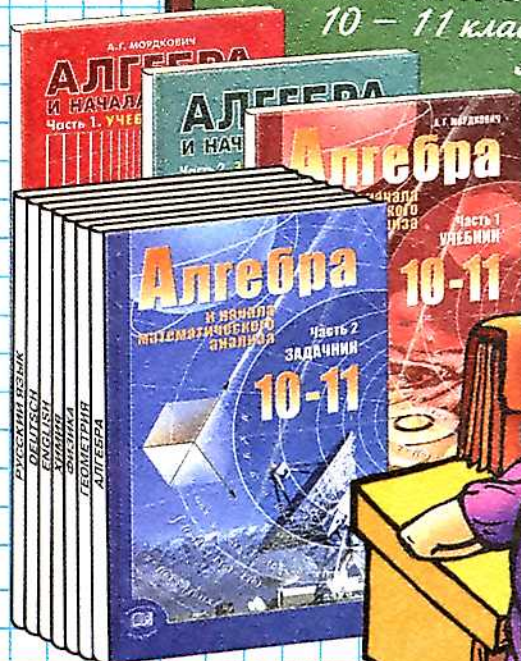
Серия
РЕШЕБНИК

Домашняя работа по алгебре и началам математического анализа

К двум изданиям

II

«АЛГЕБРЕ
И НАЧАЛА
МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
10 – 11 классы. Задачник»
А.Т. Мордкович
и др.



А.А. Сапожников

Домашняя работа по алгебре и началам математического анализа за 11 класс

к задачникам «Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. — 10-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2009» и «Алгебра и начала анализа. 10–11 кл.: В двух частях. Ч. 2: Задачник для общеобразоват. учреждений / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская; Под ред. А.Г. Мордковича. — 7-е изд., испр. — М.: Мнемозина, 2006».

Учебно-методическое пособие

Издание одиннадцатое, переработанное и исправленное

**Издательство
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА
2011**

УДК 373:512
ББК 22.14я721
С19

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст 1274 п 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Изображение учебных пособий «Алгебра и начала математического анализа 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича — 10-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2009» и «Алгебра и начала анализа. 10–11 кл.: В двух частях. Ч. 2: Задачник для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская; Под ред. А.Г. Мордковича. — 7-е изд., испр — М.: Мнемозина, 2006» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Сапожников, А.А.

С19 Домашняя работа по алгебре и началам математического анализа за 11 класс к задачнику А.Г. Мордковича и др. «Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень)»: учебно-методическое пособие / А.А. Сапожников. — 11-е изд., перераб. и испр. — М.: Издательство «Экзамен», 2011. — 223, [1] с. (Серия «Решebник»)

ISBN 978-5-377-03497-1

В пособии решены и в большинстве случаев подробно разобраны задачи и упражнения из задачников «Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. — 10-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2009» и «Алгебра и начала анализа. 10–11 кл.: В двух частях. Ч. 2: Задачник для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская; Под ред. А.Г. Мордковича. — 7-е изд., испр. — М.: Мнемозина, 2006».

Пособие адресовано родителям, которые смогут проконтролировать правильность решения, а в случае необходимости помочь детям в выполнении домашней работы по алгебре и началам математического анализа.

УДК 373:512
ББК 22.14я721

Формат 84x108/32. Гарнитура «Таймс». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 7,16.
Усл. печ. л. 11,76. Тираж 15 000 экз. Заказ № 10736.

ISBN 978-5-377-03497-1

© Сапожников А.А., 2011
© Издательство «Экзамен», 2011

Оглавление

Глава 7. Показательная и логарифмическая функции.....	4
§ 39. Показательная и логарифмическая функции.....	4
§ 40. Показательные уравнения и неравенства.....	19
§ 41. Понятие логарифма.....	36
§ 42. Функция $y = \log_a x$, ее свойства и график.....	40
§ 43. Свойства логарифма.....	47
§ 44. Логарифмические уравнения.....	55
§ 45. Логарифмические неравенства.....	64
§ 46. Переход к новому основанию логарифма.....	69
§ 47. Дифференцирование показательной и логарифмической функций.....	73
Глава 8. Первообразная и интеграл.....	83
§ 48. Первообразная.....	83
§ 49. Определенный интеграл.....	91
Глава 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей.....	114
§ 50. Статистическая обработка данных.....	114
§ 51. Простейшие вероятностные задачи.....	115
§ 52. Сочетания и размещения.....	118
§ 53. Формула бинома Ньютона.....	122
§ 54. Случайные события и их вероятности.....	122
Глава 10. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств.....	129
§ 55. Равносильность уравнений.....	129
§ 56. Общие методы решения уравнений.....	133
§ 57. Решение неравенств с одной переменной.....	152
§ 58. Уравнения и неравенства с двумя переменными.....	171
§ 59. Системы уравнений.....	184
§ 60. Задачи с параметрами.....	215

Глава 7. Показательная и логарифмическая функции

§ 39. Показательная и логарифмическая функции

39.1 (1300). а) $2^3 = 8$.

б) $2^{-2} = \frac{1}{4}$;

в) $2^5 = 32$,

г) $2^{-4} = \frac{1}{16}$.

39.2 (1301). а) $2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$.

б) $2^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$;

г) $2^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.

1302 (с). а) $3^{\frac{1}{3}} < 3^{\frac{2}{3}}$,

б) $3^2 > 3^{\frac{1}{2}}$;

в) $3^{\frac{4}{5}} > 3^{\frac{3}{5}}$.

г) $3^1 > 3^{\frac{3}{2}}$

39.3 (1303). а) $5^{\frac{2}{3}} \sqrt{5^{\frac{4}{5}}}$, $5^{\frac{10}{15}} < 5^{\frac{12}{15}}$,

б) $5^{\frac{7}{3}} \sqrt{5^{\frac{6}{5}}}$; $5^{\frac{35}{15}} < 5^{\frac{18}{15}}$;

в) $5^{\frac{3}{5}} \sqrt{5^{\frac{4}{7}}}$, $5^{\frac{21}{35}} > 5^{\frac{20}{35}}$.

г) $5^{\frac{3}{8}} \sqrt{5^{\frac{11}{9}}}$; $5^{\frac{3}{8}} > 5^{\frac{11}{9}}$

1304 (с). а) $2^3 \cdot 2^2 = 8 \cdot 4 = 32$.

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 3$;

в) $3^2 \cdot 3^3 = 243$.

г) $5^{-4} \cdot 5^2 = 1/25$.

39.4 (1305). а) $2^{5,3} \cdot 2^{-0,3} = 2^5 = 32$,

б) $7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{3,5} = 7^3 = 343$;

в) $3^{6,8} \cdot 3^{-5,8} = 3^1 = 3$.

г) $\left(\frac{3}{4}\right)^{3,7} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-0,7} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

39.5 (1306). а) $4^{3,5} \cdot 4^3 = 4^{\frac{1}{2}} = 2$,

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-6,3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2,3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 16$,

в) $8^{2\frac{1}{3}} \cdot 8^2 = 8^{\frac{1}{3}} = 2$,

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2,4} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-0,6} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$.

39.6 (1307). а) $\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^6 = 2^2 = 4$,

б) $\left(\left(\frac{1}{7}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}$,

$$b) \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^2 = 3^3 = 27,$$

$$r) \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3} \cdot -1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4}$$

$$39.7 (1308). a) (2^{-3})^2 \cdot 2^5 = 2^{-1} = \frac{1}{2},$$

$$b) \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{4,1}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^{20,6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{20,5-20,6} = \sqrt[10]{\frac{3}{2}},$$

$$b) (3^{2,7})^3 : 3^{5,1} = 3^3 = 27;$$

$$r) \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{3}{2}$$

$$1309 (c). a) \sqrt[4]{8} \cdot 2^{0,5} : 2^{1,25} = 2^{\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{4}} = 2^0 = 1,$$

$$b) \sqrt[4]{10000} \cdot \sqrt{100} : 10^3 = 10^{-1} = 0,1;$$

$$b) \sqrt[3]{81} \cdot 3^{2,6} : 3^{1,6} = 3^{\frac{4}{3} + 2,6 - 1,6} = 9\sqrt[3]{3},$$

$$r) \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[3]{128} : 2^3 = 2^{\frac{1+7}{3}-3} = \sqrt[3]{2};$$

$$39.8 (1310). a) 3^x = 9, x = 2;$$

$$b) 3^x = \frac{1}{3}, x = -1,$$

$$b) 3^x = 27, x = 3;$$

$$r) 3^x = \frac{1}{81}, x = -4$$

$$39.9 (1311). a) 5^x = \sqrt{5}, x = \frac{1}{2},$$

$$b) \left(\frac{1}{3}\right)^x = 81, x = -4;$$

$$b) 8^x = \sqrt[5]{8}, x = \frac{1}{5};$$

$$r) \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{16}{25}, x = 2$$

$$39.10 (1312). a) 2^{3x} = 128, x = \frac{7}{3},$$

$$b) 6^{3x} = 216, x = 1,$$

$$b) 3^{2x} = \frac{1}{27}, x = -\frac{3}{2};$$

$$r) \left(\frac{1}{7}\right)^{5x} = \frac{1}{343}, x = \frac{3}{5}$$

39.11 (1313). a) $y = 3^x$ — показательная;

r) $y = (\sqrt{3})^x$ — показательная.

$$1314 (c). a) y = 7^x, y(3) = 343; y(-1) = \frac{1}{7}; y\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{7},$$

$$b) y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}; y(1) = \frac{1}{2}; y\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2},$$

в $v = (\sqrt{3})^x$, $y(0) = 1$, $y(4) = 9$; $y(5) = 3^{\frac{5}{2}}$.

$v = \left(\frac{4}{9}\right)^x$, $y\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{8}$, $y(-1) = \frac{9}{4}$, $y(2,5) = \frac{32}{243}$.

39.12 (1315). а) $2^x = 16$, $x = 4$.

б) $2^x = 8\sqrt{2}$, $x = \frac{7}{2}$.

в) $2^x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $x = -\frac{1}{2}$.

г) $2^x = \frac{1}{32\sqrt{2}}$, $x = -\frac{11}{2}$.

39.13 (1316). а) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{25}$, $x = 2$.

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 125$, $x = -3$:

в) $\frac{1}{5}^x = \frac{1}{25\sqrt{5}}$, $x = \frac{5}{2}$.

г) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625\sqrt{5}$, $x = -4 - \frac{1}{2} = -4.5$

39.14 (1317). б) $y = 18^x$ — ограничена снизу:

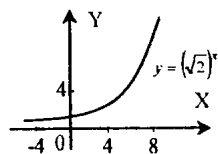
$y = \left(\frac{4}{11}\right)^x$ — ограничена снизу

39.15 (1318). б) $y = (0.6)^x$ — не ограничена сверху.

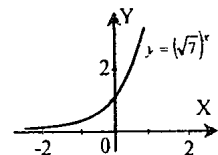
в) $y = (7,2)^x$ — не ограничена сверху

39.16 (1319).

а

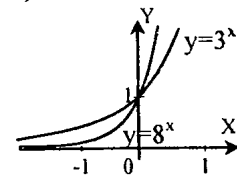


в,

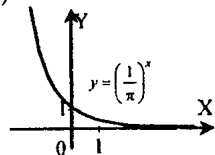


1320 (с).

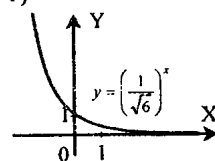
а)



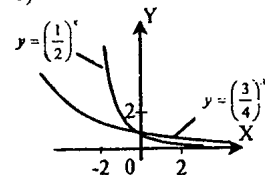
б)



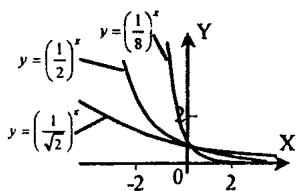
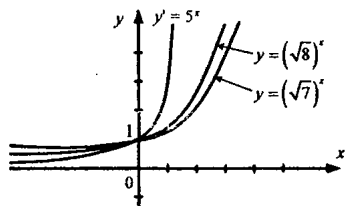
г)



б)



$$b) y = (\sqrt{7})^x; y = 5^x; y = (\sqrt{8})^x \quad r) y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x, y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \left(\frac{1}{8}\right)^x$$



$$39.17 (1321). a) (1,3)^{34} < (1,3)^{40},$$

$$b) \left(\frac{7}{9}\right)^{16,2} < \left(\frac{7}{9}\right)^{-3}$$

$$b) (12,1)^{\sqrt{3}} < (12,1)^{\sqrt{5}};$$

$$r) (0,65)^{-\sqrt{2}} > 0,65^{\frac{1}{2}}$$

$$39.18 (1322). a) 17^{\frac{3}{4}} < 1;$$

$$b) (9,1)^{\sqrt{7}} > 1,$$

$$b) \left(\frac{5}{3}\right)^{-2,5} < 1;$$

$$r) \left(\frac{1}{2}\right)^8 < 1$$

$$39.19 (1343). a) 2^{-\sqrt{2}}; 1; 2^{\frac{1}{3}}; 2^{1,4}; 2^{\sqrt{2}}; 2^{1,5}$$

$$b) 0,3^9; 0,3^{\frac{1}{2}}; 0,3^{\frac{1}{3}}; 0,3^{-\sqrt{5}}; 0,3^{-9}$$

$$39.20 (1323). a) y = (\sqrt{3})^x = 3^{\frac{x}{2}} \text{ — возрастает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } \sqrt{3} > 1$$

$$b) y = (0,3)^x \text{ — убывает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } 0,3 < 1$$

$$в) y = 21^x \text{ — возрастает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } 21 > 1$$

$$r) y = \left(\frac{4}{\sqrt{19}}\right)^x \text{ — убывает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } \frac{4}{\sqrt{19}} < 1$$

$$39.21 (1324). a) y = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{ — убывает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } \frac{1}{2} < 1$$

$$b) y = \left(\frac{2}{9}\right)^{-x} = \left(\frac{9}{2}\right)^x \text{ — возрастает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } \frac{9}{2} > 1$$

$$в) y = 17^{-x} = \left(\frac{1}{17}\right)^x \text{ — убывает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } \frac{1}{17} < 1$$

$$r) y = \left(\frac{1}{13}\right)^{-x} = 13^x \text{ — возрастает на } \mathbb{R}, \text{ т.к. } 13 > 1$$

39.22 (1325). а) $4^x \leq 64$. $4^x \leq 4^3$. $x \leq 3$.

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{8}$. $\frac{1}{2^x} > \frac{1}{2^3}$. $x < 3$.

в) $5^x \geq 25$. $x \geq 2$.

г) $\frac{2^x}{3} < \frac{8}{27}$. $\left(\frac{2}{3}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^3$. $x > 3$.

39.23 (1326). а) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 81$; $3^{-x} \geq 3^4$; $x \leq -4$

б) $15^x < \frac{1}{225}$. $15^x < 15^{-2}$. $x < -2$

в) $\left(\frac{2}{7}\right)^x \leq \frac{243}{8}$; $\left(\frac{2}{7}\right)^x \leq \left(\frac{2}{7}\right)^{-3}$; $x \geq -3$

г) $2^x > \frac{1}{256}$. $2^x > 2^{-8}$. $x > -8$

39.24 (1327). а) $y = 2^x$; $[1; 4]$. $y_{\max} = 2^4 = 16$; $y_{\min} = 2^1 = 2$.

б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ $[-4; -2]$; $y_{\max} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 81$; $y_{\min} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$.

в) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ $[0; 4]$; $y_{\max} = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$; $y_{\min} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$.

г) $y = 2^x$, $[-4; 2]$; $y_{\max} = 2^2 = 4$, $y_{\min} = 2^{-4} = 1/16$.

39.25 (1328). а) $y = (\sqrt{2})^x$; $(-\infty; 4]$; $y_{\max} = (\sqrt{2})^4 = 4$; y_{\min} не существует

б) $y = (1/\sqrt{3})^x$, $(-\infty; 2]$, y_{\max} не существует; $y_{\min} = 1/3$.

в) $y = (\sqrt[3]{5})^x$. $[0; +\infty)$. y_{\max} не существует; $y_{\min} = (\sqrt[3]{5})^0 = 1$.

г) $y = (1/\sqrt{7})^x$, $[-2; +\infty)$; $y_{\max} = (1/\sqrt{7})^{-2} = 7$; y_{\min} не существует.

39.26 (1329). $y = 2^x$. $2^x = 32$; $x = 5$; $2^x = 1/2$; $x = -1$; $x \in [-1; 5]$.

39.27 (1330). $y = (1/3)^x$; $(1/3)^x = 81$; $x = -4$; $(1/3)^x = 1/27$; $x = 3$; $x \in [-4; 3]$

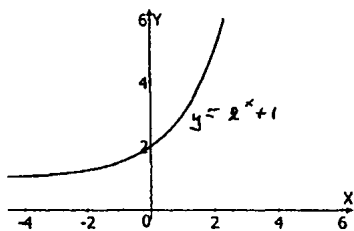
39.28 (1331). а) $y = 4^{x^2-1}$, $x \in R$;

б) $y = 7^{1/x}$, $x \neq 0$;

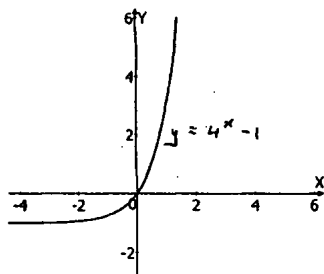
в) $y = (3/8)^{-x^2+2}$. $x \in R$,

г) $y = (9, 1)^{x-1}$, $x \neq 1$

39.29 (1332). a) $y = 2^x + 1$:

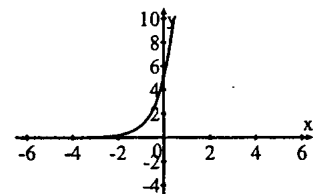


б) $y = 4^x - 1$

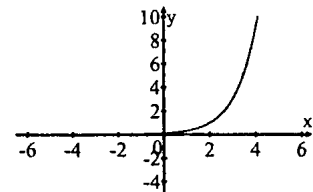


39.30 (1333).

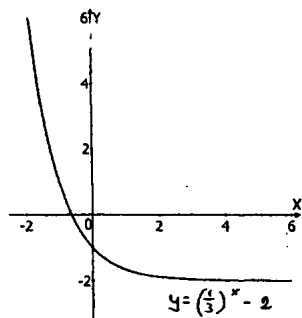
a) $y = 5^{x+1}$



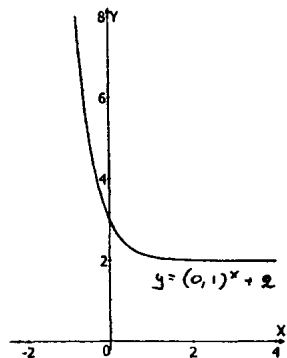
б) $y = 3^{x-2}$



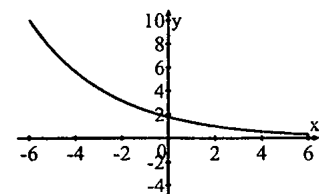
б) $y = (1/3)^x - 2$:



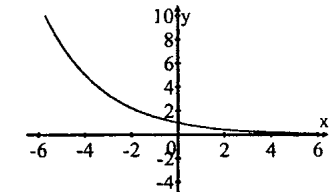
г) $y = (0,1)^x + 2$



б) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x-2}$

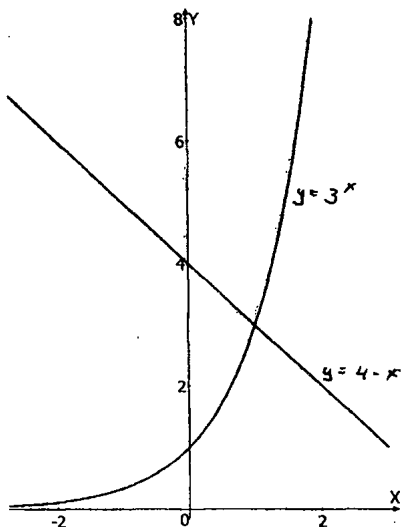


г) $y = (2/3)^{x+0,5}$

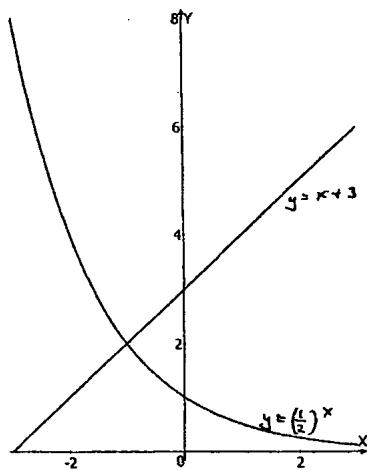


39.31 (1334).

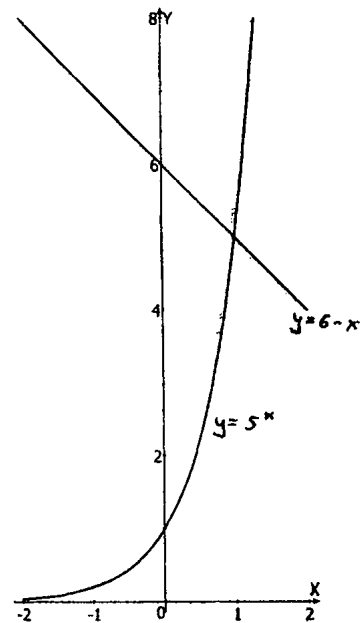
a) $3^x = 4 - x, x = 1;$



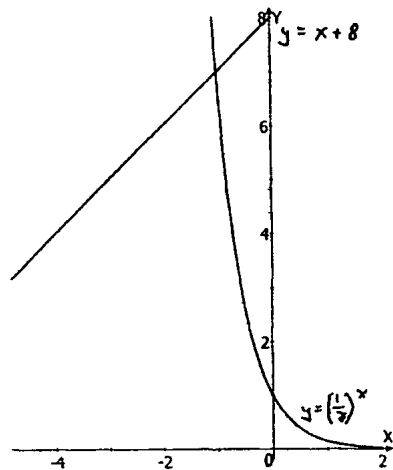
б) $(1/2)^x = x + 3, x = -1;$



в) $5^x = 6 - x, x = 1;$

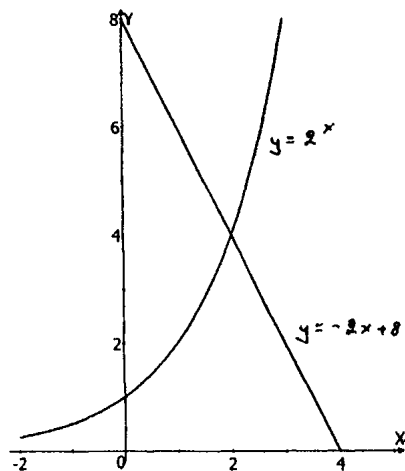


г) $(1/7)^x = x + 8, x = -1;$

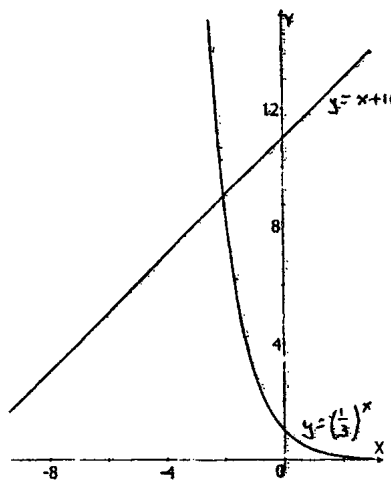


39.32 (1335).

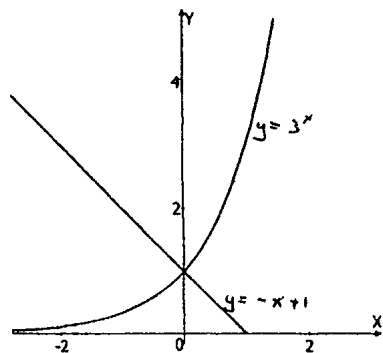
a) $2^x = -2x + 8, x = 2;$



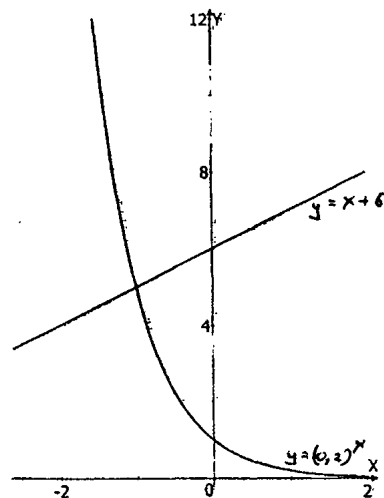
б) $(1/3)^x = x + 11, x = -2;$



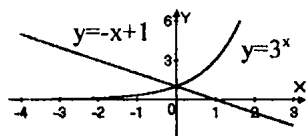
в) $3^x = -x + 1, x = 0;$



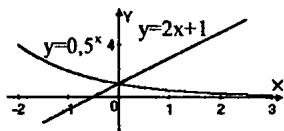
г) $0,2^x = x + 6, x = -1;$



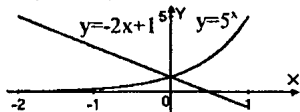
39.33 (1336). a) $y = 3^x, y = -x + 1; 3^x > -x + 1, x > 0.$



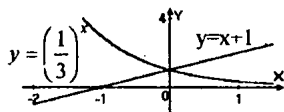
б) $y = (0,5)^x$, $y = 2x + 1$; $(0,5)^x > 2x + 1$; $x < 0$.



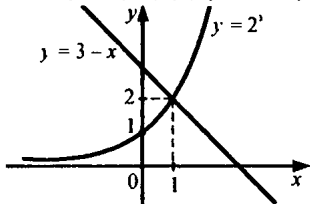
в) $y = 5^x$, $y = -2x + 1$; $5^x > -2x + 1$; $x > 0$.



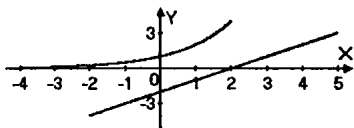
г) $y = (1/3)^x$, $y = x + 1$; $(1/3)^x > x + 1$; $x < 0$.



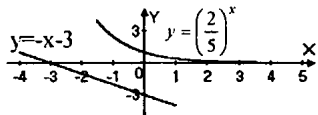
39.34 (1337). а) (и) $y = 2^x$; $y = 3 - x$; $x > 1$.



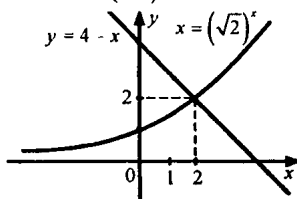
а) $y = 2^x$, $y = x - 2$; $x \in R$.



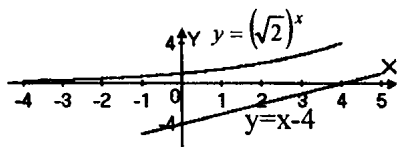
б) $y = (2/5)^x$, $y = -x - 3$; $(2/5)^x > -x - 3$; $x \in R$



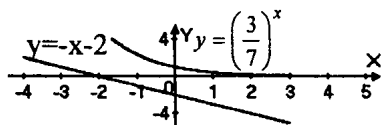
в) (и) $y = (\sqrt{2})^x$; $y = 4 - x$; $x > 2$



в) $y = (\sqrt{2})^x$; $y = x - 4$; $(\sqrt{2})^x > (x - 4)$; $x \in R$.



г) $y = (3/7)^x$; $y = -x - 2$; $(3/7)^x > -x - 2$; $x \in R$



39.35 (1338). а) $y = 2^x$; $y = -(3/2)x - 1$; $2^x < -(3/2)x - 1$, $x < -1$

б) $y = (1/2)^x$; $y = -x - 2$; $(1/2)^x < -x - 2$; нет решений.

в) $y = (1/5)^x$; $y = 3x + 1$; $(1/5)^x < 3x + 1$; $x > 0$.

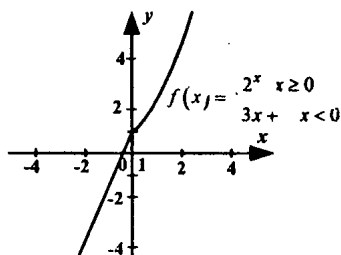
г) $y = 3^x$; $y = -2x + 5$; $3^x < -2x + 5$; $x < 1$

39.36 (1339). $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \geq 0 \\ 3x + 1, & x < 0 \end{cases}$

а) $f(-3) = -3 \cdot 3 + 1 = -8$;

$f(-2,5) = -\frac{13}{2}$; $f(0) = 1$; $f(2) = 4$;

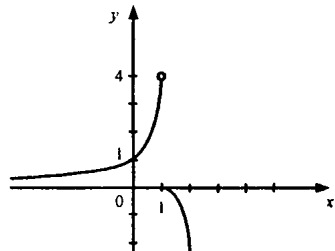
$f(3,5) = 8\sqrt{2}$



39.37 (1340). $f(x) = \begin{cases} 4^x, & x < 1 \\ -x^2 + 1, & x \geq 1 \end{cases}$

а) $f(-3) = \frac{1}{64}$; $f(-2,5) = \frac{1}{32}$;

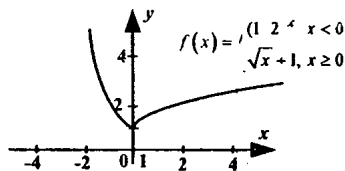
$f(0) = 1$; $f(1) = 0$; $f(2) = -3$.



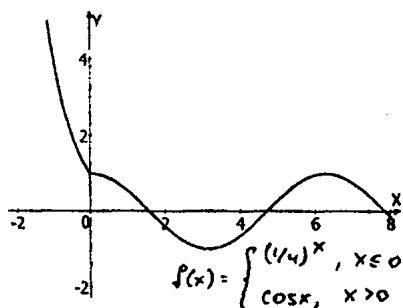
39.38 (1341). $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x < 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x \geq 0 \end{cases}$

а) $f(-5) = 32$; $f(-2,5) = \sqrt{32}$;

$f(0) = 1$; $f(4) = 3$; $f(1,69) = 2,3$.



$$39.39 (1342). f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}\right)^x, & x \leq 0 \\ \cos x, & x > 0 \end{cases}$$



a) $f(-3) = 64$; $f(-2) = 16$; $f(-1,5) = 8$; $f(0) = 1$;

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}; f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0.$$

1343 (c). a) $2^{-\sqrt{2}}$; 1 ; $2^{\frac{1}{3}}$; $2^{1,4}$; $2^{\sqrt{2}}$; $2^{1,5}$

б) $0,3^9$; $0,3^{\frac{1}{2}}$; $0,3^{\frac{1}{3}}$; $0,3^{-\sqrt{5}}$; $0,3^{-9}$.

1344 (c). а) $y = -3 \cdot 12^x$; убывает на \mathbb{R} . б) $y = \frac{1}{0,5^x + 1}$; возрастает на \mathbb{R} .

в) $y = -9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x$; возрастает на \mathbb{R} . г) $y = -\frac{3}{4 + 2^x}$; возрастает на \mathbb{R} .

1345 (c). а) $y = 3^{x-1} + 8$; $[-3; 1]$; $y_{\max} = 3^{1-1} + 8 = 9$; $y_{\min} = 3^{-3-1} + 8 = 8\frac{1}{81}$.

б) $y = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x + 4$; $[-1; 2]$; $y_{\max} = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} + 4 = \frac{25}{3} + 4 = \frac{37}{3}$;

$$y_{\min} = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 + 4 = \frac{9}{5} + 4 = \frac{29}{5}.$$

в) $y = 7^{x-2} + 9$; $[0; 2]$; $y_{\max} = 7^{2-2} + 9 = 10$; $y_{\min} = 7^{-2} + 9 = 9\frac{1}{49}$.

г) $y = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 13$; $[-2; 3]$; $y_{\max} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 13 = 29$;

$$y_{\min} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 13 = 13\frac{1}{2}.$$

1346 (c). a) $y = \frac{1}{2^x - 1}, 2^x \neq 1, x \neq 0.$

b) $y = \frac{x}{3^x - 9}, 3^x \neq 9, x \neq 2.$

39.40 (1347). a) $y = 3 \cdot 2^x; y \in (0; +\infty).$

b) $y = (1/2) \cdot 7^x; y \in (0; +\infty).$

39.41 (1348). a) $y = 3^x + 1; y \in (1; +\infty);$

b) $y = 17^x - 2; y \in (-2; +\infty).$

б) $y = \frac{x+2}{0,5^x - 2}, 0,5^x \neq 2, x \neq -1$

г) $y = \frac{2x+1}{(1/3)^x - 27}, 3^{-x} \neq 27, x \neq -3$

б) $y = 14 \cdot (1/2)^x; y \in (0; +\infty).$

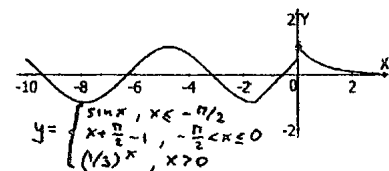
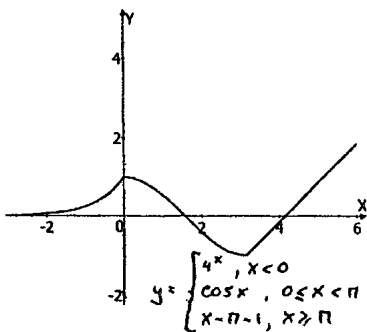
г) $y = 4/3 \cdot (1/2)^x; y \in (0; +\infty).$

б) $y = (7/9)^x + 6; y \in (6; +\infty)$

г) $y = (2/5)^x - 8; y \in (-8; +\infty)$

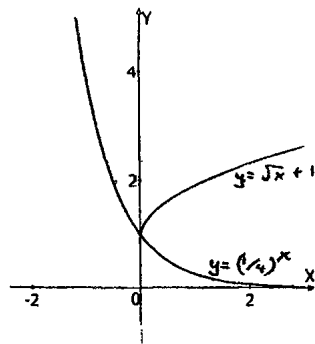
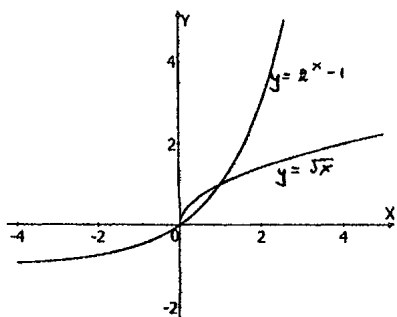
1349 (c). a) $y = \begin{cases} 4^x, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x < \pi \\ x - \pi - 1, & x \geq \pi \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} \sin x, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ x + \frac{\pi}{2} - 1, & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ (1/3)^x, & x > 0 \end{cases}$

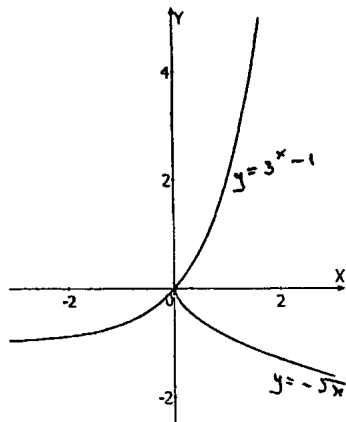


1350 (c). a) $2^x - 1 = \sqrt{x}, x = 1, x = 0;$

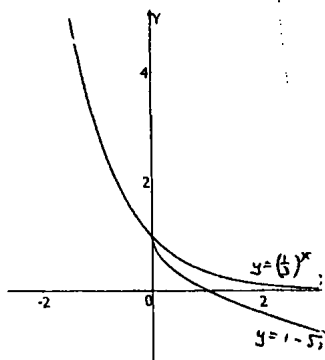
б) $(1/4)^x = \sqrt{x} + 1, x = 0;$



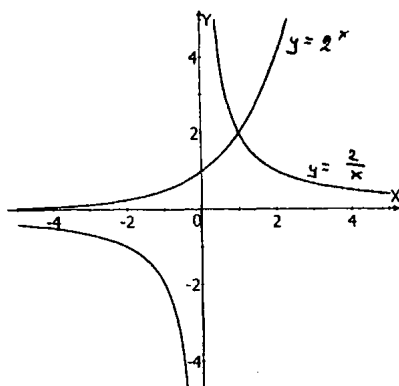
b) $3^x - 1 = -\sqrt{x}; x = 0;$



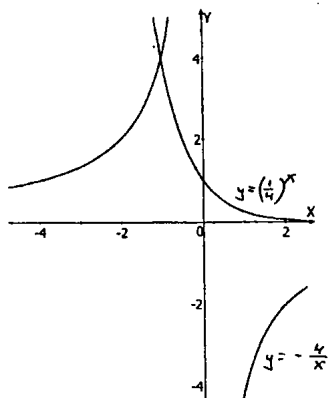
г) $(1/3)^x = 1 - \sqrt{x}, x = 0;$



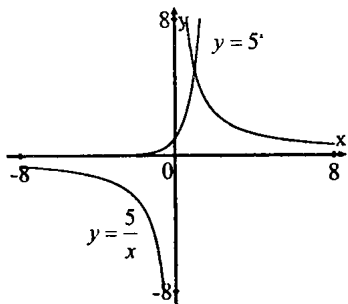
1351 (c). a) $2^x = 2/x, x = 1;$



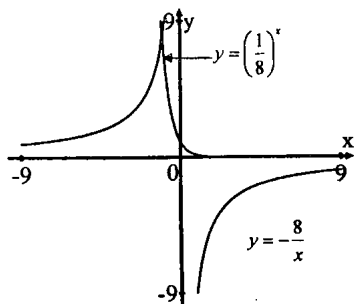
б) $(1/4)^x = -(4/x), x = -1;$



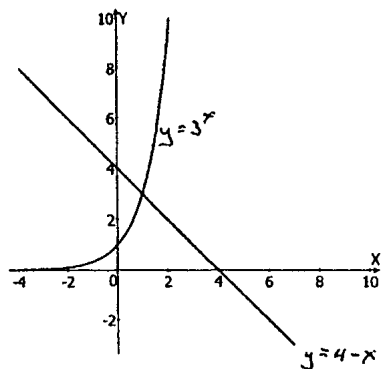
в) $5^x = 5/x, x = 1;$



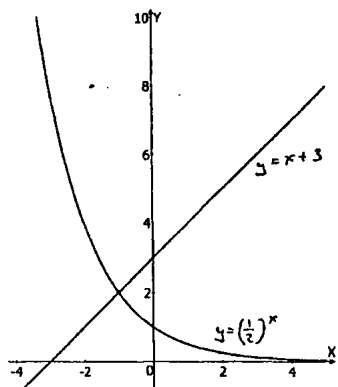
г) $(1/8)^x = -(8/x), x = -1;$



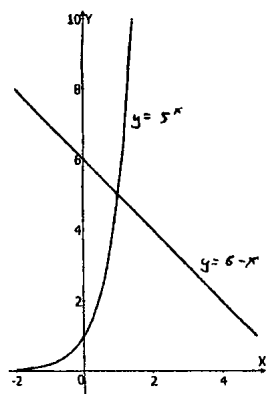
1352 (c). a) $3^x \geq 4 - x, x \geq 1$:



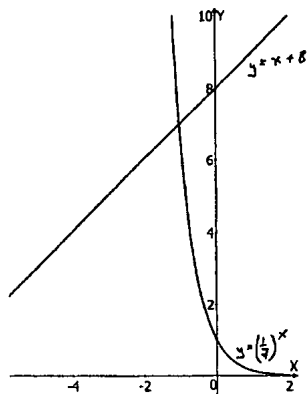
б) $(1/2)^x \leq x + 3, x \geq -1$:



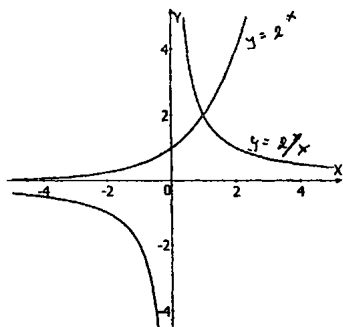
в) $5^x < 6 - x, x < 1$:



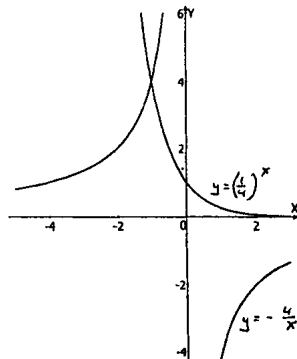
г) $(1/7)^x > x + 8, x < -1$:



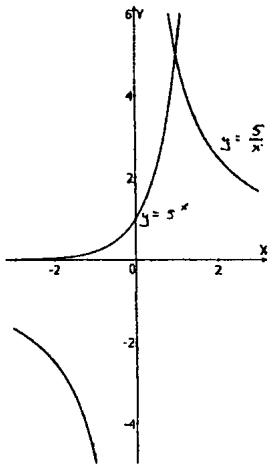
1353 (c). a) $2^x \geq 2/x, x \in (-\infty; 0) \cup [1; +\infty)$:



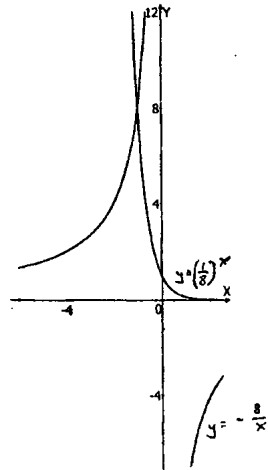
б) $(1/4)^x < -4/x, x \in (-1; 0)$:



в) $5^x \leq 5/x$, $x \in (0; 1]$;



г) $(1/8)^x > -(8/x)$; $x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$;



1354 (с). а) $2x + 1 \geq \cos x$, т.к. $2x > 0$ при любом x , то $2x + 1 \geq 1 \geq \cos x$ при любом x (т.к. $\cos x \leq 1$) $\Rightarrow x \in (-\infty, +\infty)$;

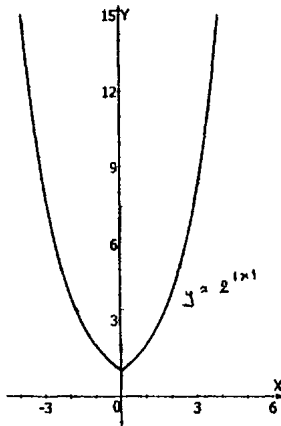
б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} + 1 > 2 \cos x$ - в условии опечатка;

в) $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 < \sin x$, т.к. $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 0$ и $\sin x \leq 1$ для всех x то $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 > 1 \geq \sin x$,

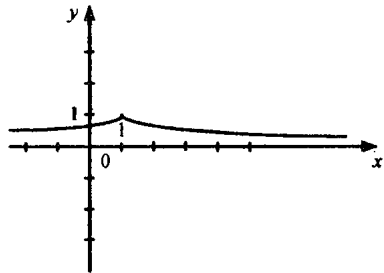
т.е. это неравенство не имеет решений;

г) $3^{|x|} \leq \cos x$, аналогично при $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ $3^{|x|} > 1$, $\cos x \leq 1 \Rightarrow 3^{|x|} > \cos x$, т.е. на этом промежутке решений нет, при $x = 0$ $3^{|0|} = \cos 0 = 1 \Rightarrow x = 0$.

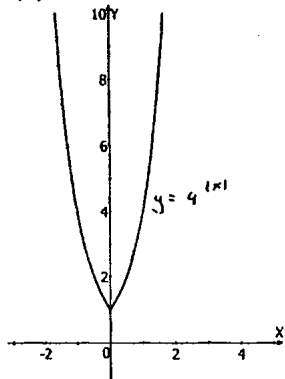
1355 (с). а) $y = 2^{|x|}$



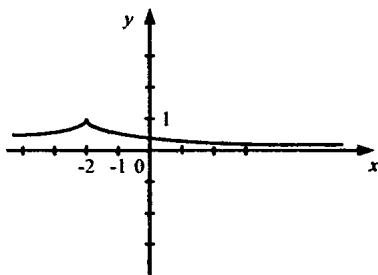
б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{|x-1|}$



$$b) y = 4^{|x|}$$



$$r) y = 0,2^{|x-2|}$$



$$39.42 (1356). f(x) = 2^x; a) f(x_1)f(x_2) = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = f(x_1+x_2);$$

$$b) f(x+1)f(2x) = 2^{x+1}2^{2x} = 2 \cdot 2^{3x} = 2f^3(x);$$

$$b) f(-2x) = 2^{-2x} = \frac{1}{2^{2x}} = \frac{1}{f^2(x)};$$

$$r) f(\cos^2 x) = 2^{\cos^2 x} = 2^{\frac{1}{2}(1+\cos 2x)} = \sqrt{2} \left(2^{\frac{1}{2}\cos 2x} \right) = \sqrt{2f(\cos 2x)}.$$

§ 40. Показательные уравнения и неравенства

$$40.1 (1357). a) 3^x = 9; x = 2.$$

$$b) 2^x = 16; x = 4.$$

$$b) \left(\frac{1}{9}\right)^x = 1; x = 0;$$

$$r) 0,5^x = 0,125; x = 3.$$

$$40.2 (1358). a) 4^x = \frac{1}{16}; x = -2.$$

$$b) 7^x = \frac{1}{343}; x = -3.$$

$$b) \left(\frac{1}{6}\right)^x = 36; x = -2.$$

$$r) 0,2^x = 0,00032; x = 5$$

$$40.3 (1359). a) 10^x = \sqrt[4]{1000}; x = \frac{3}{4}.$$

$$b) 5^x = \frac{1}{\sqrt[3]{25}}; x = -\frac{2}{3}$$

$$b) 0,3^x = \sqrt[4]{0,0081} = 0,3; x = 1.$$

$$r) \left(\frac{1}{5}\right)^x = 25\sqrt{5}; x = -2,5.$$

$$40.4 (1360). a) 0,3^x = \frac{1000}{27}; x = -3.$$

$$b) \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}; x = -2.$$

$$b) 0,7^x = \frac{1000}{343}; x = -3.$$

$$r) \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}; x = -4.$$

40.5 (1361). a) $2^{x+1} = 4$; $x + 1 = 2$; $x = 1$.

б) $5^{3x-1} = 0,2$; $3x - 1 = -1$; $x = 0$.

в) $0,4^{4-5x} = 0,16\sqrt{0,4}$; $4 - 5x = 2 + \frac{1}{2}$; $x = 0,3$.

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} = 8\sqrt{2}$; $2 - x = -3 - \frac{1}{2}$; $x = 5,5$.

40.6 (1362). a) $3^{1-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3}$; $x + 1 = 2x + 3$; $x = -2$.

б) $6^{2x-8} = 216^x$; $2x - 8 = 3x$; $x = -8$.

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{4x-7} = 6^{x-3}$; $7 - 4x = x - 3$; $x = 2$.

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^{8x+1} = (1,5)^{2x-3}$; $8x + 1 = 3 - 2x$; $x = \frac{1}{5}$.

40.7 (1363). a) $3^{x^2-4,5} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{27}$; $3^{x^2-4} = 3^{-3}$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$.

б) $0,5^{x^2-5,5} \cdot \sqrt{0,5} = 32$; $0,5^{x^2-5} = 0,5^{-5}$; $x^2 - 5 = -5$; $x = 0$.

в) $\sqrt{2^{-1}} \cdot 2^{x^2-7,5} = \frac{1}{128}$; $2^{x^2-8} = 2^{-7}$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$.

г) $0,1^{x^2-0,5} \cdot \sqrt{0,1} = 0,001$; $(0,1)^{x^2} = (0,1)^3$; $x = \pm\sqrt{3}$.

40.8 (1364). a) $2^x \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{9}$; $3^x = \frac{1}{9}$; $x = -2$.

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^x 3^x = \sqrt{\frac{27}{125}}$; $\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$; $x = \frac{3}{2}$.

в) $5^x \cdot 2^x = 0,1^{-3}$; $10^x = 10^3$; $x = 3$.

г) $0,3^x \cdot 3^x = \sqrt[3]{0,81}$; $0,9^x = 0,9^{\frac{2}{3}}$; $x = \frac{2}{3}$.

40.9 (1376). a) $(\sqrt{12})^x \cdot (\sqrt{3})^x = \frac{1}{6}$; $6^x = \frac{1}{6}$; $x = -1$.

б) $(\sqrt[3]{3})^{2x} \cdot (\sqrt[3]{9})^{2x} = 243$; $3^{2x} = 243$; $x = \frac{5}{2}$.

40.10 (1377). a) $\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{3x^2-3} = 0,81^{-2x}$; $\left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{3}{2}x^2} = 0,9^{-4x}$, $3x^2 - 8x - 3 = 0$,

$x = \frac{4+5}{3} = 3$; $x = -\frac{1}{3}$.

$$6) \left(\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{x^2+4} = 20,25^{x+1}; \left(\frac{9}{2}\right)^{-1-\frac{x^2}{4}} = 4,5^{2x+2}; x^2 + 8x + 12 = 0,$$

$$x = -6; x = -2.$$

$$40.11 (1378). a) \sqrt{625} \cdot \sqrt{5^{14x-9}} = \sqrt[6]{125 \cdot 5^{6x-12}}; 5^{7x-\frac{5}{2}} = 5^{x-\frac{3}{2}}; 6x = 1; x = \frac{1}{6}.$$

$$6) \sqrt[3]{0,2} \cdot \sqrt{0,2^{2x-\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{0,04^{-3x+6}}; 0,2^{x-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}} = 0,2^{-2x+4},$$

$$x + \frac{1}{6} = -2x + 4; x = \frac{23}{18} = 1\frac{5}{18}.$$

$$40.12 (1379). a) 27^{\sqrt{x-1}} = \sqrt{9^{x+1}}; 3^{3\sqrt{x-1}} = 3^{x+1}; 3\sqrt{x-1} = x+1,$$

$$9x - 9 = x^2 + 1 + 2x; x^2 - 7x + 10 = 0; x = 5; x = 2.$$

$$6) 2^{\sqrt{13-x^2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{32}; \sqrt{13-x^2} = 3; 13-x^2 = 9; x^2 = 4; x = \pm 2$$

$$b) 3^x \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+1}} = 243; x - \sqrt{x+1} = 5; x \geq 5; x^2 - 10x + 25 = x + 1,$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0; x = 3 \text{ не подходит}; x = 8$$

$$r) \left(0,1^{\sqrt{x+1}}\right)^{\sqrt{x+6}} = \frac{1}{10^6}; x \geq -1; \sqrt{(x+1)(x+6)} = 6; x^2 + 7x - 30 = 0,$$

$$x = -10 \text{ не подходит}; x = 3.$$

$$40.13 (1365). a) 3^x - 3^{x+3} = -78; 3^x(1-27) = -78; 3^x = 3, x = 1$$

$$6) 5^{2x-1} - 5^{2x-3} = 4,8; 5^{2x-3}(5^2-1) = 4,8; 2x-3 = -1, x = 1$$

$$b) 2 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} - 7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+8} = 49; \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} (2-1) = 49; 3x+7 = -2, x = -3$$

$$r) \left(\frac{1}{3}\right)^{5x-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{5x} = \frac{4}{9}; \left(\frac{1}{3}\right)^{5x-1} \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}; 5x-1 = 1, x = 0,4.$$

$$40.14 (1366). a) 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0; \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$6) 3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0; \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = -3 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ \text{не существует} \end{cases}$$

$$b) \left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0; \left(\frac{1}{6}\right)^x = 6, \left(\frac{1}{6}\right)^x = -1; x = -1, \text{ не существует.}$$

$$r) \left(\frac{1}{6}\right)^{2x} + 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0; \left(\frac{1}{6}\right)^x = -6, \left(\frac{1}{6}\right)^x = 1; \text{ не существует } x = 0$$

$$40.15 \text{ (1367). a) } 2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0; 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0;$$

$$2^x = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}, 2^x = 2; x = -1, x = 1.$$

$$6) 3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0; 3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0;$$

$$3^x = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3}; 3^x = 3; x = -1, x = 1.$$

$$в) 4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0; 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0;$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{-15-17}{8}; \left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{4}; \text{ не существует, } x = 1.$$

$$г) (0,25)^x + 1,5 \cdot (0,5)^x - 1 = 0; (0,5)^{2x} + 1,5 \cdot (0,5)^x - 1 = 0;$$

$$(0,5)^x = \frac{-1,5-2,5}{2}; \text{ не существует; } (0,5)^x = \frac{1}{2}, x = 1.$$

$$40.16 \text{ (1368). a) } 4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x - 17 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x + 4 = 0; 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} - 17 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x + 4 = 0;$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{17-15}{8} = \frac{1}{4}; x = 1; \left(\frac{1}{4}\right)^x = 4; x = -1.$$

$$6) (0,01)^x + 9,9 \cdot (0,1)^x - 1 = 0; (0,1)^{2x} + 9,9 \cdot (0,1)^x - 1 = 0$$

$$(0,1)^x = \frac{-9,9-10,1}{2}; \text{ не существует; } (0,1)^x = \frac{-9,9+10,1}{2} = \frac{1}{10}; x = 1$$

$$в) 3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x + 7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 6 = 0; 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 6 = 0;$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-7-11}{6}; \text{ не существует; } \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-7+11}{6} = \frac{2}{3}; x = 1.$$

$$г) 5 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^x + 23 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 10 = 0; \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{-23-27}{10}; \text{ не существует;}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{2}{5}; x = 1.$$

$$40.17 \text{ (1369). a) } 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0; 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0;$$

$$2^x = \frac{5-27}{4}; \text{ не существует; } 2^x = \frac{5+27}{4} = 8; x = 3.$$

$$6) \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 32 = 0; \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 32 = 0;$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = -4; \text{ не существует; } \left(\frac{1}{2}\right)^x = 8; x = -3.$$

$$b) 5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0; 5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0;$$

$$5^x = \frac{13-12}{5} = \frac{1}{5}; x = -1; 5^x = 5; x = 1.$$

$$r) \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - 162 = 0; \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} + 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x - 162 = 0;$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{-9-27}{2}; \text{ не существует; } \left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{-9+27}{2} = 9; x = -2.$$

40.18 (1384).

$$a) 3^{x-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} = \sqrt{\frac{1}{9^{4-x}}} + 207; \frac{1}{3} \cdot 3^x - 3^x \cdot \frac{1}{27} = \sqrt{9^x \cdot \frac{1}{(81)^2}} + 207;$$

$$27 \cdot 3^x - 3 \cdot 3^x = 3^x + 207 \cdot 81; 3^x = 9 \cdot 81; x = 6$$

$$b) \sqrt[4]{16^{x+1}} + 188 = 8 \cdot 2^x - 0,5^{3-x}; 2 \cdot 2^x + 188 = 8 \cdot 2^x - \frac{1}{8} \cdot 2^x;$$

$$.6 \cdot 2^x + 188 \cdot 8 = 64 \cdot 2^x - 2^x; 2^x = 4 \cdot 8; x = 5.$$

$$\mathbf{40.19 (1370). a) 2^x = 3^x; \left(\frac{2}{3}\right)^x = 1; x = 0.$$

$$b) 25^x = 7^{2x}; \left(\frac{5}{7}\right)^{2x} = 1; x = 0.$$

$$b) \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} = 8^x; 72^x = 1; x = 0.$$

$$r) \left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^x; \left(\frac{5}{4}\right)^x = 1; x = 0.$$

$$\mathbf{40.20 (1380). a) 3^x \cdot 7^{x+2} = 49 \cdot 4^x; 21^x = 4^x, x = 0.$$

$$b) 2^{x+1} \cdot 5^{x+3} = 250 \cdot 9^x; 2 \cdot 125 \cdot 10^x = 250 \cdot 9^x; x = 0.$$

$$\mathbf{40.21 (1381). a) 6^{2x+4} = 2^{8+x} \cdot 3^{3x}; 6^4 \cdot 2^x \cdot 3^{-x} = 2^8; \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^4; x = 4$$

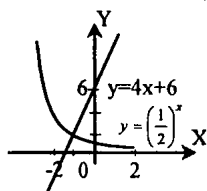
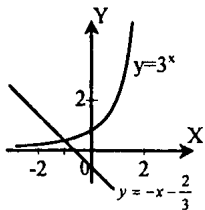
$$b) 35^{4x+2} = 5^{3x+4} \cdot 7^{5x}; 35^2 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^x = 5^4; \left(\frac{5}{7}\right)^x = \left(\frac{5}{7}\right)^2; x = 2.$$

$$\mathbf{40.22 (1382). a) 2^{4x+2} \cdot 5^{-3x-1} = 6,25 \cdot 2^{x+1}; \left(\frac{2}{5}\right)^{3x} \cdot 2^2 \cdot 5^{-1} = 2 \cdot 6,25;$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{3x} = \frac{5 \cdot 6,25}{2}; (0,4)^{3x} = 0,064^{-1}; 3x = -3; x = -1.$$

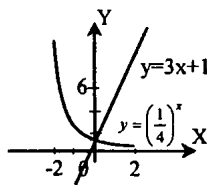
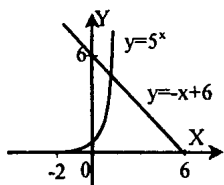
$$b) 3^{5x-1} \cdot 7^{2x-2} = 3^{3x+1}; 3^{-1} \cdot 7^{-2} \cdot \frac{3^{5x}}{3^{3x}} \cdot 7^{2x} = 3; 21^{2x} = 9 \cdot 49; 2x = 2; x = 1.$$

40.23 (1371). а) $3^x = -x - (2/3)$, $x = -1$; б) $(1/2)^x = 4x + 6$; $x = -1$;

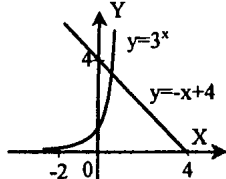
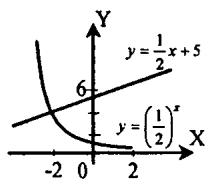


в) $5^x = -x + 6$; $x = 1$;

г) $(1/4)^x = 3x + 1$; $x = 0$;

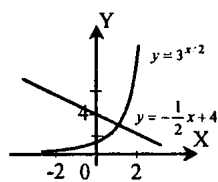
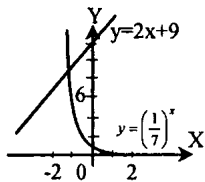


40.24 (1372). а) $(1/2)^x = 0,5x + 5$; $x = -2$; б) $3^x = -x + 4$; $x = 1$;



в) $(1/7)^x = 2x + 9$; $x = -1$;

г) $3^{x/2} = -0,5x + 4$; $x = 2$;



40.25 (1386). а) $18^x - 8 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^x = 0$; $8 \left(\frac{6}{2}\right)^x - 9^x + 9 = 0$; $8 \cdot 3^x - 9^x + 9 = 0$;

$3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$; $3^x = 9$, $3^x = -1$; $x = 2$, не существует;

б) $12^x - 6^{x+1} + 8 \cdot 3^x = 0$; $3^x(4^x - 6 \cdot 2^x + 8) = 0$; $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$;

$2^x = 4$, $2^x = 2$; $x = 2$, $x = 1$.

40.26 (1387). а) $\frac{1}{3^x + 2} = \frac{1}{3^{x+1}}$; $\frac{3^{x+1} - 3^x - 2}{(3^x + 2)(3 \cdot 3^x)} = 0$; $3^x(3 - 1) = 2$; $3^x = 1$; $x = 0$.

$$б) \frac{5}{12^x + 143} = \frac{5}{12^{x+2}}; 12^{x+2} - 12^x - 143 = 0; 12^x(144 - 1) = 143; x = 0.$$

$$в) \frac{1}{5^x + 4} = \frac{1}{5^{x+1}}; 5^{x+1} - 5^x - 4 = 0; 5^x(5 - 1) = 4; x = 0.$$

$$г) \frac{8}{11^x + 120} = \frac{8}{11^{x+2}}; 11^{x+2} - 11^x - 120 = 0; 11^x(121 - 1) = 120; x = 0.$$

$$40.27 (1373). а) 3 \cdot 2^{2x} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x} = 0; 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^x - 2 = 0;$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-1-5}{6}; \text{ не существует; } \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3}; x = 1.$$

$$б) 2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 10^x - 5 \cdot 5^{2x} = 0; 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} - 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 5 = 0;$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{3-7}{4}; \text{ не существует; } \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{3+7}{4}; x = -1.$$

$$в) 3^{2x+1} - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 7^{2x} = 0; 3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^{2x} - 4 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^x - 7 = 0;$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^x = \frac{4-10}{6}; \text{ не существует; } \left(\frac{3}{7}\right)^x = \frac{4+10}{6} = \frac{7}{3}; x = -1.$$

$$г) 5 \cdot 3^{2x} + 7 \cdot 15^x - 6 \cdot 25^x = 0; 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{2x} + 7 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x - 6 = 0;$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{-7-13}{10}; \text{ не существует; } \left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{-7+13}{10}; x = 1.$$

40.28 (1374).

$$а) \begin{cases} 2^{x+y} = 16 \\ 3^y = 27^x \end{cases}; \begin{cases} x+y=4 \\ y=3x \end{cases}; \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}.$$

$$б) \begin{cases} 0,5^{3x} \cdot 0,5^y = 0,5 \\ 2^{3x} \cdot 2^{-y} = 32 \end{cases}; \begin{cases} 3x+y=1 \\ 3x-y=5 \end{cases}; \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}.$$

$$в) \begin{cases} 5^{2x-y} = 125 \\ 4^{x-y} = 4 \end{cases}; \begin{cases} 2x-y=3 \\ x-y=1 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}.$$

$$г) \begin{cases} 0,6^{x+y} \cdot 0,6^x = 0,6 \\ 10^x \cdot 10^y = (0,01)^{-1} \end{cases}; \begin{cases} y+2x=1 \\ x+y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}.$$

$$40.29 (1375). а) \begin{cases} \sqrt{3}^{x+2y} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{27} \\ 0,1^x \cdot 10^{3y} = 10 \end{cases}; \begin{cases} x+2y=4 \\ 3y-x=1 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

$$b) \begin{cases} 27^y \cdot 3^x = 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 4^y = 2 \end{cases}; \begin{cases} 3y + x = 0 \\ 2y - x = 1 \end{cases}; \begin{cases} y = \frac{1}{5} \\ x = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} (\sqrt{5})^{2x+y} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5} \\ \left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot 5^y = 125 \end{cases}; \begin{cases} 2x + y = 0 \\ y - x = 3 \end{cases}; \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} 5^y \cdot 25^x = 625 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 9^y = \frac{1}{27} \end{cases}; \begin{cases} y + 2x = 4 \\ 2y - x = -3 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{11}{5} \\ y = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$1383 \text{ (c). a) } 4(\sqrt{5}-2)^{x-12} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}+2}\right)^{x-12}; 4(\sqrt{5}-2)^{x-12} = (2(\sqrt{5}-2))^{x-12},$$

$$4 = 2^{x-12}; x = 14;$$

$$b) 9(3-\sqrt{8})^{2x+1} = \left(\frac{3}{3+\sqrt{8}}\right)^{2x+1}; 9(3-\sqrt{8})^{2x+1} = (3(3-\sqrt{8}))^{2x+1};$$

$$9 = 3^{2x+1}; 2x+1 = 2; x = \frac{1}{2}.$$

$$1385 \text{ (c). a) } 24 \cdot 3^{2x^2-3x-2} - 2 \cdot 3^{2x^2-3x} + 3^{2x^2-3x-1} = 9;$$

$$3^{2x^2-3x-2}(24 - 2 \cdot 3^2 + 3) = 9; 3^{2x^2-3x-2} = 1; 2x^2 - 3x - 2 = 0;$$

$$x = \frac{3+5}{4} = 2; x = -\frac{1}{2}.$$

$$b) 5 \cdot 2^{x^2+5x+7} + 2^{x^2+5x+9} - 2^{x^2+5x+10} = 2; 2^{x^2+5x+7}(5 + 2^2 - 2^3) = 2;$$

$$x^2 + 5x + 7 = 1; x = -2; x = -3.$$

$$1388 \text{ (c). a) } \frac{2^x + 1}{2^{x+2} - 2} = 1; 2^x - 2^{x+2} = -2 - 1; 2^x(1 - 4) = -3; x = 0.$$

$$b) \frac{5^{4x-1} + 3}{5^{4x} - 3} = 2; 5^{4x-1} + 3 = 2 \cdot 5^{4x} - 6; 5^{4x-1}(1 - 2 \cdot 5) = -9; 4x - 1 = 0; x = \frac{1}{4}$$

$$b) \frac{3^{x+1} - 1}{3^x + 4} = 2; 3^{x+1} - 1 = 2 \cdot 3^x + 8; 3^x(3 - 2) = 9; x = 2.$$

$$r) \frac{7^{2x} - 1}{7^{2x-1} + 1} = 3; 7^{2x} - 1 = 3 \cdot 7^{2x-1} + 3; 7^{2x-1}(7 - 3) = 4; 2x - 1 = 0; x = \frac{1}{2}$$

$$1389 \text{ (c). a) } 2^{x^2+2x-6} - 2^{7-2x-x^2} = 3,5; x^2 + 2x - 6 = a; 2^a - 2^{-a+1} = 3,5,$$

$$2^{2a} - 2 - 3 \cdot 5 \cdot 2^a = 0; 2 \cdot 2^{2a} - 7 \cdot 2^a - 4 = 0;$$

$$2^a = \frac{7-9}{4} = -\frac{1}{2} \text{ не существует; } 2^a = 4, a = 2; x^2 + 2x - 6 = 2;$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0; x = -1 - 3 = -4; x = 2.$$

$$6) 3^{2x^2+x} = 26 + 3^{3-x-2x^2}; 3^{2(2x^2+x)} - 26 \cdot 3^{2x^2+x} - 27 = 0; 3^{2x^2+x} = 27;$$

$$2x^2 + x = 3; x = \frac{-1-5}{4} = -\frac{3}{2}; x = 1; 3^{2x^2+x} = -1 \text{ — не существует.}$$

$$1390 \text{ (c). a) } 5^{2x^2-1} - 3 \cdot 5^{(x+1)(x+2)} - 2 \cdot 5^{6(x+1)} = 0;$$

$$5^{2x^2-1} - 3 \cdot 5^{x^2+3x+2} - 2 \cdot 5^{6(x+1)} = 0; \frac{1}{5} \cdot 5^{2x^2} - 3 \cdot 25 \cdot 5^{3x} \cdot 5^{x^2} - 2 \cdot 5^6 \cdot 5^{6x} = 0;$$

$$5^{2x^2-6x} - 375 \cdot 5^{x^2-3x} - 156250 = 0; D = 140625 + 625000 = 875^2;$$

$$5^{x^2-3x} = \frac{375 - 875}{2} \text{ — не существует;}$$

$$5^{x^2-3x} = 625; x^2 - 3x = 4; x^2 - 3x - 4 = 0; x = 4, x = -1.$$

$$6) 3^{2x^2-1} - 3^{(x-1)(x+5)} - 2 \cdot 3^{8(x-1)} = 0; 3^7 \cdot 3^{2x^2} - 3^3 \cdot 3^{x^2+4x} - 2 \cdot 3^{8x} = 0;$$

$$2187 \cdot 3^{2x^2-8x} - 27 \cdot 3^{x^2-4x} - 2 = 0; D = 729 + 17496 = 135^2;$$

$$3^{x^2-4x} = \frac{27-135}{2187 \cdot 2} \text{ — не существует; } 3^{x^2-4x} = \frac{162}{4374} = \frac{1}{27};$$

$$x^2 - 4x = -3; x^2 - 4x + 3 = 0; x = 3, x = 1.$$

$$1391 \text{ (c). a) } 9^x + 6^x = 2^{2x+1}; \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 = 0;$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = -2 \text{ — не существует; } \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1, x = 0.$$

$$6) 25^{2x+6} + 16 \cdot 4^{2x+4} = 20 \cdot 10^{2x+5}; \left(\frac{5}{2}\right)^{4x+12} - 2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+6} + 1 = 0$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{4x+12} = 1; 4x + 12 = 0; x = -3.$$

$$1392 \text{ (c). a) } \begin{cases} \sqrt{3^{x-1}} \sqrt{9^y} = 27 \\ 2^{2x+y} \cdot 2^x = 64 \end{cases}; \begin{cases} x-1+2y=6 \\ x+y=6 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ x=5 \end{cases}.$$

$$6) \begin{cases} \sqrt{6^{x-2y}} \cdot \sqrt{6^x} = \frac{1}{6} \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-y} \cdot 3^{x-2y} = \frac{1}{3} \end{cases}; \begin{cases} x-2y-x=-2 \\ y-2x+x-2y=-1 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ -1-x=-1 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ x=0 \end{cases}.$$

$$1393 \text{ (c). а) } \begin{cases} 2^{2x} + 2^x \cdot y = 10 \\ y^2 + y \cdot 2^x = 15 \end{cases} \text{ СЛОЖИМ: } \begin{cases} 2^{2x} + 2 \cdot 2^x \cdot y + y^2 = 25 \\ y^2 + y \cdot 2^x = 15 \end{cases} \cdot 2^x + y = \pm 5$$

1) $2^x = 5 - y$; $y^2 + 5y - y^2 = 15$; $y = 3$, $x = 1$.

2) $2^x = -5 - y$; $y^2 - 5y - y^2 = 15$; $y = -3$, $2^x = -2$ — не существует

Итого (1;3)

$$б) \begin{cases} 7^{2x} - 7^x \cdot y = 28 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases} \text{ СЛОЖИМ: } \begin{cases} (7^x - y)^2 = 16 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases}; \begin{cases} 7^x - y = \pm 4 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases}$$

1) $7^x = 4 + y$; $y^2 - 4y - y^2 = -12$; $y = 3$, $x = 1$.

2) $7^x = -4 + y$; $y^2 + 4y - y^2 = -12$; $y = -3$, $7^x = -7$ — не существует.

Итого $x = 1$ $y = 3$.

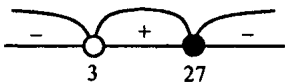
1394 (c). а) $2^x = a$. Имеет корни при $a > 0$

б) $8^{3x+1} = a + 3$. Имеет корни при $a > -3$.

в) $\sqrt[3]{3^x} = -a$. Имеет корни при $a < 0$.

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = a^2$. Имеет корни при $a \neq 0$.

1395 (c). а) $48 \cdot 4^x + 27 = a + a \cdot 4^{x+2}$; $4^{x+2}(3-a) = a - 27$. При $a = 3$ решение нет. При $a \neq 3$: $4^{x+2} = \frac{a-27}{3-a}$; $\frac{a-27}{3-a} \leq 0$; $a \in (-\infty; 3) \cup [27; +\infty)$. Итого $a \leq 3$, $a \geq 27$.



б) $9^x + 2a3^{x+1} + 9 = 0$; $3^{2x} + 6a3^x + 9 = 0$;

Это уравнение не имеет корней если $D < 0$ или корни этого квадратного уравнения отрицательные.

$$\frac{D}{4} = 9a^2 - 9 < 0 \text{ при } a^2 < 1, \text{ т.е. } a \in (-1, 1). 3^x = -3(a \pm \sqrt{a^2 - 1}) < 0 \text{ при } a \geq 1$$

\Rightarrow уравнение не имеет решений при $a > -1$.

40.30 (1396). а) $2^x \geq 4$, $x \geq 2$.

б) $2^x < 1/2$, $x < -1$

в) $2^x \leq 8$, $x \leq 3$.

г) $2^x > \frac{1}{16}$, $x > -4$

40.31 (1397). а) $3^x \leq 81$, $x \leq 4$.

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{27}$, $x < 3$

в) $5^x > 125$, $x > 3$.

г) $0,2^x \leq 0,04$, $x \geq 2$

40.32 (1398). а) $3^{2x-4} \leq 27$; $2x - 4 \leq 3$; $x \leq \frac{7}{2}$

$$6) \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+6} > \frac{4}{9}; 3x+6 < 2; x < -\frac{4}{3}$$

$$в) 5^{4x+2} \geq 125; 4x+2 \geq 3; x \geq \frac{1}{4}.$$

$$г) (0,1)^{5x-9} < 0,001; 5x-9 > 3; x > \frac{12}{5}.$$

$$40.33 (1399). а) 7^{2x-9} > 7^{3x-6}; 2x-9 > 3x-6; x < -3$$

$$6) 0,5^{4x+3} \geq 0,5^{6x-1}; 4x+3 \leq 6x-1; 2x \geq 4; x \geq 2.$$

$$в) 9^{x-1} \leq 9^{-2x+8}; x-1 \leq -2x+8; x \leq 3.$$

$$г) \left(\frac{7}{11}\right)^{-3x-0,5} < \left(\frac{7}{11}\right)^{x+1,5}; -3x-0,5 > x+1,5; 4x < -2; x < -\frac{1}{2}.$$

$$40.34 (1400). а) 4^{5x-1} > 16^{3x+2}; 5x-1 > 6x+4; x < -5.$$

$$6) \left(\frac{1}{7}\right)^{1-3x} \geq \left(\frac{1}{49}\right)^{x+3}; 1-3x \leq 2x+6; 5x \geq -5; x \geq -1.$$

$$в) 11^{-7x+1} \leq 121^{-2x-10}; -7x+1 \leq -4x-20; 3x \geq 21; x \geq 7.$$

$$г) (0,09)^{5x-1} < 0,3^{x+7}; 10x-2 > x+7; x > 1.$$

$$40.35 (1401). а) 2^{3x+6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}; 3x+6 \leq -2x+2; 5x \leq -4; x \leq -\frac{4}{5}.$$

$$6) \left(\frac{7}{12}\right)^{-2x+3} > \left(\frac{12}{7}\right)^{3+2x}; -3+2x > 3+2x; \text{нет решений.}$$

$$в) 25^{-x+3} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}; -2x+6 \geq 1-3x; x \geq -5.$$

$$г) \left(\frac{5}{3}\right)^{2x-8} < \left(\frac{9}{25}\right)^{-x+3}; 2x-8 < 2x-6; x \in \mathbb{R}.$$

$$40.36 (1402). а) 2\sqrt{2} \cdot 2^{x-3} \geq \frac{1}{2}; 2^{x-3+1+\frac{1}{2}} \geq 2^{-1}; x-1,5 \geq -1; x \geq \frac{1}{2}.$$

$$6) \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{5} \leq 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-1}; \frac{1}{2} \leq 1-2x; x \leq \frac{1}{4}.$$

$$в) \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+4} \cdot 7\sqrt{7} < \frac{1}{7}; 7^{-4-3x+1+\frac{1}{2}} < 7^{-1}; -3x-2,5 < -1; 3x > -1,5; x > -\frac{1}{2}$$

$$г) 0,25 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10-x} > 4\sqrt{64}; 4^{x-11} > 32; 2x-22 > 5; x > \frac{27}{2}.$$

$$40.37 (1403). \text{ a) } 7^{x^2-5x} < \left(\frac{1}{7}\right)^6; x^2 - 5x + 6 < 0; x \in (2; 3).$$

$$\text{б) } (0,6)^{x^2-x} \geq \left(\frac{3}{5}\right)^6; x^2 - x - 6 \leq 0; x \in [-2; 3].$$

$$\text{в) } 11^{2x^2+3x} \leq 121; 2x^2 + 3x - 2 \leq 0; x \in \left[-2; \frac{1}{2}\right].$$

$$\text{г) } 0,3^{x^2-10x} > \left(3\frac{1}{3}\right)^{24}; x^2 - 10x + 24 < 0; x \in (4; 6).$$

$$40.38 (1404). \text{ a) } \sqrt{2^{-1}} \sqrt{2^{x^2-7,5}} \geq 2^{-7}; 2^{\frac{x^2-8,5}{2}} \geq 2^{-7}; x^2 - 8,5 \geq -14;$$

$$2x^2 - 17 \geq -28; x^2 \geq -\frac{11}{2}; x \in R.$$

$$\text{б) } 0,9^{x^2-4x} < \left(\frac{10}{9}\right)^3; x^2 - 4x + 3 > 0; x < 1, x > 3.$$

$$\text{в) } 14^{x^2+x} \leq 196; x^2 + x - 2 \leq 0; x \in [-2; 1].$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3x^2-13x} > 9; \frac{13}{2}x - \frac{3}{2}x^2 > 2; 3x^2 - 13x + 4 < 0; x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right).$$

$$40.39 (1405). \text{ a) } 2^x + 2^{x+2} \leq 20; 2^x \leq 4; x \leq 2$$

$$\text{б) } 3^{2x-1} - 3^{2x-3} < \frac{8}{3}; 3^{2x-3} \cdot 8 < \frac{8}{3}; 2x - 3 < -1; x < 1.$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6; \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} \left(1 + \frac{1}{5}\right) > 6; -4 - 3x > 1; x < -\frac{5}{3}.$$

$$\text{г) } 0,3^{6x-1} - 0,3^{6x} \geq 0,7; 0,3^{6x-1}(1-0,3) \geq 0,7; 6x - 1 \leq 0; x \leq \frac{1}{6}.$$

$$40.40 (1406). \text{ a) } 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0; 3^x \in [1; 3]; x \in [0; 1].$$

$$\text{б) } 5^{2x} + 4 \cdot 5^x - 5 \geq 0; 5^x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty); x \geq 0.$$

$$\text{в) } 0,2^{2x} - 1,2 \cdot 0,2^x + 0,2 > 0; 0,2^x \in (-\infty; 0,2) \cup (1; +\infty); x < 0, x > 1.$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{7}\right)^{2x} + 6\left(\frac{1}{7}\right)^x - 7 < 0; \left(\frac{1}{7}\right)^x \in (-7; 1); x > 0.$$

$$40.41 (1407). \text{ a) } 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0; 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0;$$

$$2^x \in (-\infty; \frac{1}{2}] \cup [2; +\infty); x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty);$$

$$\text{б) } 3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 < 0; 3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 < 0; 3^x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right); x \in (-1; 1)$$

$$b) \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 < 0; 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 < 0;$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x \in \left(-4; \frac{1}{4}\right); x \in (1; +\infty).$$

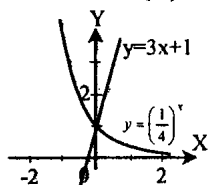
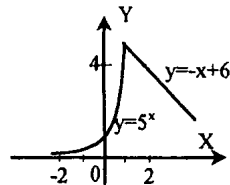
$$r) 0,5^{2x-1} + 3 \cdot 0,5^x - 2 \geq 0; 2 \cdot 0,5^{2x} + 3 \cdot 0,5^x - 2 \geq 0;$$

$$0,5^x \in (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right); x \in (-\infty, 1].$$

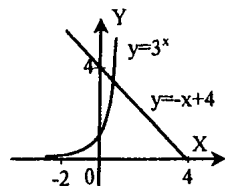
$$40.42 (1408). a) 3^x < 5^x; \left(\frac{5}{3}\right)^x > 1; x > 0. б) 6^x \geq 2^x; 3^x \geq 1; x \geq 0.$$

$$b) \left(\frac{12}{13}\right)^x \leq 12^x; 13^x \geq 1; x \geq 0. r) 0,6^x > 3^x; \left(\frac{1}{5}\right)^x > 1; x < 0.$$

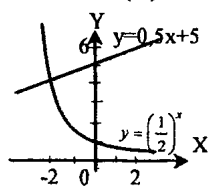
$$40.43 (1409). a) \text{ см. рис. } 5^x \leq -x + 6; x \leq 1; б) \text{ см. рис. } \left(\frac{1}{4}\right)^x > 3x + 1; x < 0.$$



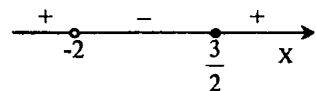
$$b) \text{ см. рис. } 3^x \geq -x + 4; x \geq 1;$$



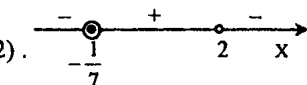
$$r) \text{ см. рис. } \left(\frac{1}{2}\right)^x < 0,5x + 5; x > -2$$



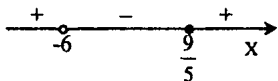
$$40.44 (1410). a) 19^{\frac{2x-3}{x+2}} \geq 1; \frac{2x-3}{x+2} \geq 0; x \in (-\infty; -2) \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right).$$



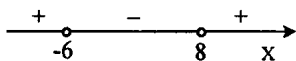
$$b) 0,36^{-x+2} < 1; \frac{7x+1}{-x+2} > 0; x \in \left(-\frac{1}{7}; -2\right).$$



$$b) 37^{\frac{5x-9}{x+6}} \leq 1; \frac{5x-9}{x+6} \leq 0; x \in \left(-6; \frac{9}{5}\right].$$

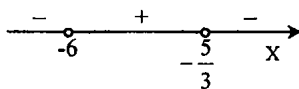


$$r) \left(\frac{29}{30}\right)^{\frac{9x-18}{6-x}} > 1; \frac{9x-18}{6-x} < 0; x \in (-\infty; 2) \cup (6; +\infty).$$



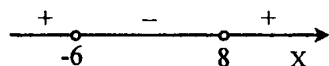
$$1411 \text{ (c). a) } 5^{\frac{x}{x+3}} \leq 5; \frac{x}{x+3} - 1 \leq 0; \frac{3}{x+3} \geq 0; x > -3.$$

$$b) \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{2x-1}{3x+5}} > \frac{4}{9}; \frac{2x-1}{3x+5} - 1 < 0; \frac{-x-6}{3x+5} < 0; x < -6, x > -\frac{5}{3}.$$



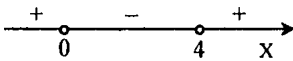
$$b) 17^{\frac{x}{x-8}} \geq 17; \frac{x}{x-8} - 1 \geq 0; \frac{8}{x-8} \geq 0; x > 8.$$

$$r) (0, 21)^{\frac{3x+4}{x-8}} < 0, 21; \frac{3x+4}{x-8} - 1 > 0; \frac{2x+12}{x-8} > 0; x < -6, x > 8$$



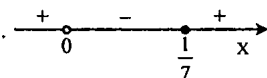
$$40.45 \text{ (1412). a) } 3^{\frac{x-4}{x}-3} < \frac{1}{27}; \frac{x-4}{x} - 3 < -3;$$

$$\frac{x-4}{x} < 0; x \in (0; 4).$$



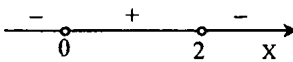
$$b) \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{6x-1}{x}-1} \geq \frac{81}{64}; \frac{6x-1}{x} - 1 \leq -2;$$

$$\frac{7x-1}{x} \leq 0; x \in (0; \frac{1}{7}].$$



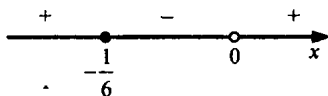
$$b) 8^{\frac{2-x}{x}-2} > \frac{1}{64}; \frac{2-x}{x} - 2 > -2;$$

$$\frac{2-x}{x} > 0; x \in (0; 2).$$



$$r) \text{ (H)} \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{5x+1}{x}-1} \leq \frac{121}{36}; \frac{5x+1}{x} - 1 \geq -2; \frac{6x+1}{x} \geq 0;$$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{6}\right] \cup (0; +\infty)$$



$$r) \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{5x+1}{x}+1} \leq \frac{121}{36}; \frac{5x+1}{x} + 1 \geq -2,$$

$$\frac{8x+1}{x} \geq 0; x \in \left(-\infty, -\frac{1}{8}\right] \cup (0, +\infty)$$

$$40.46 (1413). a) 4^x \left(\frac{3}{8}\right)^x \leq 2,25; \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq \frac{9}{4}, x \leq 2$$

$$b) 9^x \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^x > 0,25; \left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}; x < 2 \quad b) 5^x \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^x \geq \frac{4}{9}, \left(\frac{2}{3}\right)^x \geq \frac{4}{9}, x \leq 2$$

$$r) 3^x \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^x < 0,0625; \left(\frac{1}{4}\right)^x < \left(\frac{1}{4}\right)^2, x > 2$$

$$40.47 (1414). a) \frac{1}{64} < 8^{-2x+3} < 512, -2 < -2x+3 < 3; \frac{5}{2} > x > 0, x = 1, 2 \quad \text{От-}$$

вет: 2;

$$b) \frac{1}{27} \leq \left(\frac{1}{9}\right)^{7-x} \leq 243; 3 \geq 2(7-x) \geq -5; -3 \leq 2(x-7) \leq 5; 5,5 \leq x \leq 9,5,$$

$x = 6, 7, 8, 9$. Ответ: 4.

$$40.48 (1426). a) 2,5^{2x+3} \leq 6,25; 2x+3 \leq 2, x \leq -\frac{1}{2}, x = -1$$

$$b) \left(\frac{2}{5}\right)^{7x-9} \geq \frac{8}{125}; 7x-9 \leq 3; x \leq \frac{12}{7}, x = 1$$

$$b) 1,1^{5x-3} < 1,21; 5x-3 < 2; x < 1; x = 0$$

$$r) 0,7^{9x+4} > 0,49; 9x+4 < 2, x < -\frac{2}{9}; x = -1$$

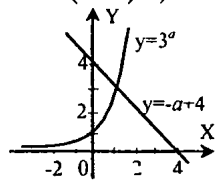
$$40.49 (1427). a) 5^{x^2-2x} \leq 125; x^2-2x-3 \leq 0; x \in [-1; 3] \quad \text{Ответ 5}$$

$$b) \left(\frac{1}{7}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{1}{49}; 2x^2-3x-2 \leq 0, x \in \left[-\frac{1}{2}; 2\right] \quad \text{Ответ: 3}$$

$$b) 2^{-x^2+8x} > 128; -x^2+8x-7 > 0; x^2-8x+7 < 0, x \in (1; 7) \quad \text{Ответ 5}$$

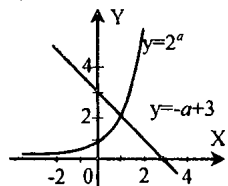
$$r) (0,3)^{x^2-x} > 0,09, x^2-x-2 < 0, x \in (-1; 2) \quad \text{Ответ: 2}$$

$$40.50 (1428). a) 2x+2-x^2 \geq 3^{x^2-2x+2}, x^2-2x+2 = a, 3^a \leq -a+4 \quad \text{см.рис}$$



$$a \leq 1, x^2-2x-2 \leq 1, x = 1$$

б) $2^{x^2-4x+5} \geq 4x-2-x^2$, $x^2-4x+5=a$, $2^a \geq -a+3$ см.рис.



$a \geq 1$; $x^2-4x+5 \geq 1$; $x \in \mathbb{R}$.

1415 (c). а) $2^x \cdot 3^x \geq 36^x \cdot \sqrt{6}$; $6^x \leq 6^{-\frac{1}{2}}$; $x \leq -\frac{1}{2}$.

б) $3^x \cdot 5^x \leq 225^x \cdot \sqrt{15}$; $15^x \geq 15^{-\frac{1}{2}}$; $x \geq -\frac{1}{2}$;

1416 (c). а) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 4^x < \left(\frac{16}{9}\right)^{x-1}$; $x < 2x-2$; $x > 2$;

б) $\left(\frac{2}{11}\right)^x \cdot 3^x > \left(\frac{36}{121}\right)^{2x+3}$, $x < 4x+6$; $3x > -6$; $x > -2$.

1417 (c). а) $2^{2x+1} - 3^{2x+1} < 3^{2x} - 7 \cdot 2^{2x}$; $2^{2x}(2+7) < 3^{2x}(1+3)$;

$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} > \frac{9}{4}$, $2x > 2$; $x > 1$.

б) $3^{x+1} + 3^{x+2} + 2 \cdot 3^x > 2 \cdot 7^{2x+1}$;

$3^x(3+9+2) > 14 \cdot 7^{2x}$; $3^x > 7^{2x}$; $\left(\frac{3}{49}\right)^x > 1$; $x < 0$.

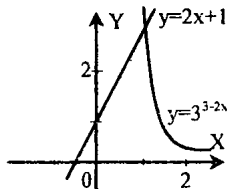
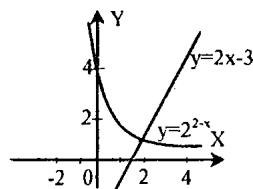
1418 (c). а) $5^{x-1} \cdot 2^{x+2} > 8 \cdot 10^{x^2-3x+2}$; $8 \cdot 10^{x-1} > 8 \cdot 10^{x^2-3x+2}$.

$x-1 > x^2-3x+2$; $x^2-4x+3 < 0$; $x \in (1; 3)$.

б) $3^{2x+1} \cdot 2^{2x-3} < 81 \cdot 6^{1-2x^2}$; $81 \cdot 6^{2x-3} < 81 \cdot 6^{1-2x^2}$; $2x^2+2x-4 < 0$.

$x^2+x-2 < 0$; $x \in (-2; 1)$.

1419 (c). а) $2^{2-x} > 2x-3$; см.рис. $x < 2$; б) $3^{3-2x} \leq 2x+1$; см.рис. $x \geq 1$;



1420 (c). а) $\frac{x^2+4x+4}{3^x-27} \geq 0$; $\frac{(x+2)^2}{3^x-27} \geq 0$; $x > 3$, $x = -2$.

$$6) \frac{0,2^x - 0,008}{x^2 - 10x + 25} < 0; \frac{0,2^x - 0,2^3}{(x-5)^2} < 0, \quad x > 3, x \neq 5$$

$$a) \frac{25 - 0,2^x}{4x^2 - 4x + 1} \leq 0; \frac{5^2 - 5^{-x}}{(2x-1)^2} \leq 0; \quad 2 \leq -x; x \leq -2.$$

$$r) \frac{x^2 + 6x + 9}{2^x - 4} > 0; \frac{(x+3)^2}{2^x - 4} > 0; \quad x > 2$$

$$1421 \text{ (c). a) } \frac{5}{12^x + 143} \geq \frac{5}{12^{x+2}}; \quad 12^x + 143 \leq 12^{x+2}; \quad 12^x(1-144) \leq -143,$$

$$12^x \geq 1; \quad x \geq 0.$$

$$6) \frac{16^x + 42}{16^x} \leq 22; \quad \frac{42}{16^x} \leq 21; \quad 16^x \geq 2, \quad x \geq \frac{1}{4}$$

$$b) \frac{8}{11^x + 120} \leq \frac{8}{11^{x+2}}; \quad 11^x + 120 \geq 11^{x+2}; \quad 11^x(1-121) \geq -120; \quad 11^x \leq 1, \quad x \leq 0.$$

$$r) \frac{5^x + 15}{5^x} < 4; \quad \frac{15}{5^x} < 3; \quad 5^x > 5; \quad x > 1$$

$$1422 \text{ (c). a) } 2^{6x-10} - 9 \cdot 2^{3x-5} + 8 \leq 0; \quad 2^{3x-5} \in [1; 8]; \quad 3x-5 \in [0; 3], \quad x \in \left[\frac{5}{3}; \frac{8}{3} \right]$$

$$6) 5^{2x+1} - 5^{x+2} \leq 5^x - 5; \quad 5^{2x+1} - 5^x(25+1) + 5 \leq 0;$$

$$5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 \leq 0; \quad 5^x \in \left[\frac{1}{5}; 5 \right]; \quad x \in [-1; 1].$$

$$b) 3^{8x+6} - 10; \quad 3^{4x+3} + 9 \geq 0; \quad 3^{4x+3} \leq 1; \quad 4x+3 \leq 0; \quad x \leq -\frac{3}{4}, \quad 3^{4x+3} \geq 9,$$

$$x \geq -\frac{1}{4}; \quad x \in \left(-\infty; -\frac{3}{4} \right] \cup \left[-\frac{1}{4}; +\infty \right).$$

$$r) 3^{2x+2} - 3^{x+4} < 3^x - 9; \quad 3^{2x+2} - 3^x(81+1) + 9 < 0.$$

$$9 \cdot 3^{2x} - 82 \cdot 3^x + 9 < 0; \quad 3^x \in \left(\frac{1}{9}; 9 \right); \quad x \in (-2; 2)$$

$$1423 \text{ (c). a) } \begin{cases} 2^{x+1} > 4 \\ 7^{3x-10} < 49 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 1 \\ 3x-10 < 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x > 1 \\ x < 4 \end{cases}, \quad x \in (1; 4)$$

$$6) \begin{cases} \left(\frac{1}{2} \right)^{4x+2,5} > \sqrt{2} \\ 10^{x^2-1} > 1000 \end{cases}; \quad \begin{cases} -2,5 - 4x > \frac{1}{2} \\ x^2 - 1 > 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x < -\frac{3}{4} \\ x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -2)$$

$$b) \begin{cases} 0.4^{-x+3} < 0,16 \\ 0.1^{x^2+1} > 0,01 \end{cases}; \begin{cases} -x+3 > 2 \\ x^2+1 < 2 \end{cases}; \begin{cases} x < 1 \\ x \in (-1;1) \end{cases}, x \in (-1;1).$$

$$r) \begin{cases} \sqrt{5} \cdot 5^{2x-0,5} \geq 1 \\ 0,2^{6-9x} \leq 125 \end{cases}; \begin{cases} 5^{2x} \geq 1 \\ 5^{9x-6} \leq 5^3 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}; x \in [0;1]$$

$$1424 \text{ (c). a) } (x-6)(5^{x-6} - 25) < 0; x \in (6;8)$$

$$b) (2x+1)(3^{3-x} - 9) > 0, x \in (-1/2; 1)$$

$$1425 \text{ (c). a) } (2^x - 8)(3^x - 81) < 0, x \in (3;4)$$

$$b) (3^{x+2} - \frac{1}{27})(5^{3-2x} - \frac{1}{5}) \geq 0; x \in [-5;2]$$

$$1429 \text{ (c). } T = \frac{T_0 - T_c}{2^{t/10}} + T_c, 30 = \frac{100 - 20}{2^{t/10}} + 20; 10 \cdot 2^{t/10} = 80; 2^{t/10} = 8;$$

$$\frac{t}{10} = 3; t = 30. \text{ Ответ: более получаса. } \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{T_0 - T_c}{2^{t/10}} + T_c \right) = T_c.$$

Физический смысл этого предела состоит в том, что температура чайника с увеличением времени будет все больше опускаться до комнатной, но никогда не станет ниже.

§ 41. Понятие логарифма

$$1430 \text{ (c). a) } \log_2 8 = 3, 2^3 = 8$$

$$b) \log_3 \frac{1}{9} = -2, 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

$$в) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = 4, \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$r) \log_{\frac{1}{5}} 625 = -4, \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = 625$$

$$41.1 \text{ (1431). a) } \log_2 2 = 1, 2^1 = 2$$

$$b) \log_{\frac{1}{3}} 1 = 0, \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1,$$

$$в) \log_{0,1} 0,1 = 1, 0,1^1 = 0,1$$

$$r) \log_5 1 = 0, 5^0 = 1.$$

$$41.2 \text{ (1432). a) } \log_4 64 = 3, 4^3 = 64$$

$$b) \log_2 4\sqrt{2} = 2,5, 2^{2,5} = 4\sqrt{2}$$

$$в) \log_{0,2} 125 = -3, \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 125$$

$$r) \lg 100\sqrt[5]{10} = 2,2, 10^{2,2} = 100\sqrt[5]{10}$$

41.3 (1433). a) $\log_2 2^4 = 4$,

b) $\log_8 8^{-3} = -3$,

41.4 (1434). a) $\log_3 \frac{1}{27} = -3$.

в) $\lg 0,0001 = -4$.

41.5 (1435). a) $\log_{\sqrt{7}} 49 = 4$.

b) $\log_{\frac{1}{15}} 225\sqrt[3]{15} = -2\frac{1}{3}$.

41.6 (1436). a) $\log_{\sqrt{2}} 1 = 0$.

b) $\log_{\sqrt{3}} 81\sqrt{3} = 9$.

41.7 (1437). a) $3^{\log_3 8} = 8$.

b) $12^{\log_{12} 1,3} = 1,3$.

41.8 (1438). a) $2^{3+\log_2 9} = 8 \cdot 9 = 72$

b) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2+\log_1 20} = \frac{1}{36} \cdot 20 = \frac{5}{9}$.

1439 (c). a) $13^{\log_{13} 4^{-2}} = \frac{4}{169}$.

b) $2 \cdot 2^{\log_{2,2} 5^{-2}} = \left(\frac{5}{11}\right)^2 \cdot 5 = \frac{125}{121}$,

41.9 (1440). a) $8^{2\log_8 3} = 9$.

b) $3^{4\log_3 2} = 2^4 = 16$.

41.10 (1441). a) $\lg x = 1$, $x = 10$

b) $\lg x = 3$, $x = 1000$.

41.11 (1442). a) $\log_9 x = \frac{1}{2}$, $x = 3$

b) $\log_8 x = \frac{1}{3}$, $x = 2$

41.12 (1443). a) $\log_4 x = -\frac{1}{2}$, $x = 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

б) $\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-7} = -7$

г) $\log_{0,1}(0,1)^5 = 5$

б) $\log_{0,1} 0,0001 = 4$

г) $\log_{\frac{1}{3}} 81 = -4$

б) $\log_{\sqrt{2}} 2\sqrt{8} = 5$

г) $\log_{\frac{3}{2}} \frac{64}{729} = -6$

б) $\log_{0,5} \frac{1}{4\sqrt{2}} = 2\frac{1}{2}$

г) $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{10}} = -\frac{1}{3}$

б) $4^{\log_4 2^3} = 2^3$

г) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 7} = 7$

б) $7^{1+\log_7 4} = 7 \cdot 4 = 28$

г) $(\sqrt{7})^{4+\log_{\sqrt{7}} 0,5} = 49 \cdot \frac{1}{2} = \frac{49}{2}$

б) $0,5^{\log_{0,5} 4^{-1}} = 2 \cdot 4 = 8$

г) $10^{\lg 5^{-0,5}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$

б) $6^{-3\log_6 2} = 2^{-3} = 1/8$.

г) $5^{-2\log_5 3} = 1/9$

б) $\lg x = -2$, $x = 10^{-2} = \frac{1}{100}$

г) $\lg x = -4$, $x = 1/10000$

б) $\log_{0,027} x = \frac{2}{3}$, $x = 0,3^2 = 0,09$

г) $\log_{0,25} x = \frac{3}{2}$, $x = 0,5^3 = 0,125$

б) $\log_{0,125} x = -\frac{2}{3}$, $x = 0,5^{-2} = 4$

$$b) \log_{32} x = -\frac{4}{5}, x = 2^{-4} = \frac{1}{16}$$

$$41.13 (1444). a) \log_x 4 = 2, x = 2$$

$$b) \log_x 49 = 2, x = 7$$

$$41.14. a) \log_x \frac{1}{27} = -3, x = 3$$

$$b) \log_x \frac{1}{16} = -4, x = 2.$$

$$41.15 (1445). a) 2^x = 9, x = \log_2 9$$

$$b) \left(\frac{1}{3}\right)^x = 4, x = \log_{\frac{1}{3}} 4$$

$$1446 (c). a) \log_x \frac{1}{27} = -3, x = 3$$

$$b) \log_x \frac{1}{16} = -4, x = 2$$

$$1447 (c). a) \log_x 3 = \frac{1}{2}, x = 9$$

$$b) \log_x 7 = \frac{1}{3}, x = 343$$

$$41.16 (1448). a) 3^{x+1} = 14, x = \log_3 14 - 1.$$

$$b) 4^{5x-4} = 10, x = \frac{1}{5} \log_4 10 + \frac{4}{5}$$

$$c) \left(\frac{2}{7}\right)^{3-x} = 11, 3-x = \log_{\frac{2}{7}} 11, x = 3 - \log_{\frac{2}{7}} 11.$$

$$r) (\sqrt{5})^{8-9x} = 6: 8-9x = \log_{\sqrt{5}} 6, x = \frac{8}{9} - \frac{1}{9} \log_{\sqrt{5}} 6$$

$$1449 (c). a) 2^{x^2+1} = 7, x^2+1 = \log_2 7, x = \pm \sqrt{\log_2 7 - 1}$$

$$b) 9^{0.5x^2} = 2, 0.5x^2 = \log_9 2, x = \pm \sqrt{2 \log_9 2}$$

$$c) 0.1^{x^2-2} = 3, x^2-2 = \log_{0.1} 3, x = \pm \sqrt{\log_{0.1} 3 + 2}$$

$$d) \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}x^2-1} = 0.1, \frac{1}{3}x^2-1 = \log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{10}, x = \pm \sqrt{3(\log_8 10 - 1)}$$

$$41.17 (1450). a) 4^x - 5 \cdot 2^x - 6 = 0; 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0; 2^x = 2; x = 1; 2^x = 3; x = \log_2 3$$

$$b) 16^x = 6, 4^x - 5; 4^{2x} - 6, 4^x + 5 = 0; 4^x = 5; x = \log_4 5; 4^x = 1; x = 0$$

$$c) 9^x - 7, 3^x - 12; 3^{2x} - 7, 3^x + 12 = 0; 3^x = 4; x = \log_3 4; 3^x = 3, x = 1$$

$$d) -9, 7^x + 14 = -49^x, 7^{2x} - 9, 7^x + 14 = 0; 7^x = 7; x = 1, 7^x = 2; x = \log_7 2.$$

$$r) \log_{0.01} x = -\frac{3}{2}, x = 0,1^{-3} = 1000.$$

$$b) \log_x 27 = 3, x = 3.$$

$$r) \log_x 125 = 3, x = 5.$$

$$b) \log_x 4 = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{16}$$

$$r) \log_x 8 = -\frac{1}{3}, x = \frac{1}{512}.$$

$$b) 12^x = 7, x = \log_{12} 7$$

$$r) (0,2)^x = 5, x = -1$$

$$b) \log_x 1 = 2, \text{ нет решений.}$$

$$r) \log_x 1 = -3, \text{ нет решений.}$$

$$b) \log_x 4 = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{16}$$

$$r) \log_x 8 = -\frac{1}{3}, x = \frac{1}{512}$$

1451(c). a) $9^{x+1} + 6 = 189 \cdot 3^{x-2}$; $9 \cdot 3^{2x} - 21 \cdot 3^x - 6 = 0$; $3 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 3^x - 2 = 0$
 $3^x = 1/3$; $x = -1$; $3^x = 2$; $x = \log_3 2$.

б) $25^{x+1} + 3 = 100 \cdot 5^{x-1}$; $25 \cdot 5^{2x} - 20 \cdot 5^x + 3 = 0$; $D/4 = 25$

$5^x = \frac{10+5}{25} = \frac{3}{5}$; $x = \log_5 \frac{3}{5} = \log_5 3 - 1$, $5^x = \frac{1}{5}$, $x = -1$

в) $4^{x+1} + 5 = 24 \cdot 2^{x-1}$; $4 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot 2^x - 5 = 0$; $2^x = \frac{6-4}{4} = \frac{1}{2}$, $x = -1$, $2^x = \frac{5}{2}$

$x = \log_2 5 - 1$.

г) $(\frac{1}{4})^{x+1} + 3 = (\frac{1}{2})^{x-1}$; $(\frac{1}{2})^{2x} - 8 \cdot (\frac{1}{2})^x + 12 = 0$; $(\frac{1}{2})^x = 2$,

$x = -1$; $(\frac{1}{2})^x = 6$; $x = \log_{\frac{1}{2}} 6$.

41.18 (1452). а) $2^x \geq 9$; $x \geq \log_2 9$;

б) $12^x \leq 7$; $x \leq \log_{12} 7$,

в) $(\frac{1}{3})^x < 4$; $x > \log_{\frac{1}{3}} 4$;

г) $(0,2)^x > 5$; $-x > \log_5 1$, $x < -1$

1453 (c). а) $3^{x+1} \leq 14$; $3^x \leq \frac{14}{3}$; $x \leq \log_3 \frac{14}{3} = \log_3 14 - 1$.

б) $5^{5x-4} \geq 10$; $5x - 4 \geq \log_5 10$; $x \geq 1 + \frac{1}{5} \log_5 2$;

в) $(\frac{2}{7})^{3-x} > 11$; $3 - x < \log_{\frac{2}{7}} 11$; $x > 3 - \log_{\frac{2}{7}} 11$,

г) $(\sqrt{5})^{8-9x} < 6$; $8 - 9x < 2 \log_5 6$; $x > \frac{8}{9} - \frac{2}{9} \log_5 6$.

41.19 (1454). а) $4^x - 5 \cdot 2^x \geq -6$; $2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 6 \geq 0$; $2^x \leq 2$; $2^x \geq 3$; $x \in (-\infty; 1] \cup [\log_2 3; +\infty)$

б) $16^x \leq 6 \cdot 4^x - 5$; $4^{2x} - 6 \cdot 4^x - 5 \leq 0$; $4^x \in [1; 5]$; $x \in [0; \log_4 5]$;

в) $9^x \cdot 7 \cdot 3^x < -12$; $3^{2x} \cdot 7 \cdot 3^x - 12 < 0$; $3^x \in (3; 4)$; $x \in (1; \log_3 4)$;

г) $9 \cdot 7^{x+1} 4 > -49^x$; $7^{2x} \cdot 9 \cdot 7^{x+1} 4 > 0$; $7^x \in (-\infty; -7) \cup (-2; +\infty)$; $x \in \mathbb{R}$

1455 (c). а) $4^x - 2^{2x} - a = a 2^x$; $2^{2x} - 2^x(1+a) + a = 0$; $2^{2x} - a$, $2^{2x} - 1$. при $a \leq 0$, $x = 0$.

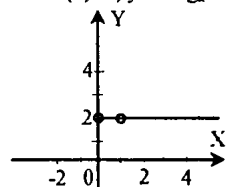
при $a > 0$ $x = 0$; $x = \log_2 a$;

б) $9^x(2a+1)3^{x^2-a^2+a-2} = 0$; $3^{2x}(2a+1)3^{x^2-a^2+a-2} = 0$; $3^{x^2} a + 2$, $3^x a - 1$.

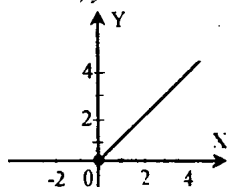
при $a \leq -2$ — решений нет, при $a \in (-2; 1]$: $x = \log_3(a+2)$;

при $a > 1$ $x = \log_3(a+2)$, $x = \log_3(a-1)$.

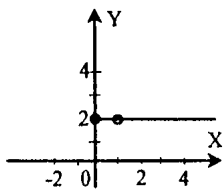
1456 (c). а) $y = \log_x x^2$; $x > 0$, $x \neq 1$; $y = 2$.



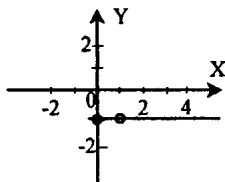
б) $y = 2^{\log_2 x}$



$$в) y = x^{\log_x 2}$$



$$г) y = \log_x \frac{1}{x}$$



§ 42. Функция $y = \log_a x$, ее свойства и график

$$42.1. а) \log_2 4 = 2; \log_2 8 = 3; \log_2 16 = 4;$$

$$б) \log_2 \frac{2}{\sqrt{8}} = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}, \log_2 \frac{4}{\sqrt{2}} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2},$$

$$в) \log_2 \frac{1}{8} = -3; \log_2 \frac{1}{32} = -5; \log_2 \frac{1}{128} = -7$$

$$г) \log_2 \sqrt{32} = \frac{5}{2}; \log_2 16 \sqrt{128} = 4 + \frac{7}{2} = \frac{15}{2};$$

$$1457 (с). а) \log_2 4 = 2; \log_2 8 = 3; \log_2 16 = 4;$$

$$б) \log_2 \frac{1}{2} = -1; \log_2 \frac{1}{4} = -2; \log_2 \frac{1}{16} = -4;$$

$$в) \log_2 32 = 5; \log_2 128 = 7; \log_2 2 = 1;$$

$$г) \log_2 \frac{1}{8} = -3; \log_2 \frac{1}{32} = -5; \log_2 \frac{1}{128} = -7.$$

$$1458 (с). а) \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}; \log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2};$$

$$б) \log_2 \frac{2}{\sqrt{8}} = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}; \log_2 \frac{4}{\sqrt{2}} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2};$$

$$в) \log_2 \sqrt{32} = \frac{5}{2}; \log_2 16 \sqrt{128} = 4 + \frac{7}{2} = \frac{15}{2};$$

$$г) \log_2 \frac{4}{\sqrt{32}} = 2 - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}; \log_2 \frac{2}{\sqrt{128}} = 1 - \frac{7}{2} = -\frac{5}{2}.$$

$$1459 (с). а) \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49} = 2;$$

$$б) \log_3 \sqrt{27} = \frac{3}{2};$$

$$в) \log_{0,1} 0,0001 = 4.$$

$$г) \log_{0,2} 625 = -4.$$

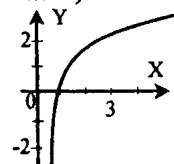
$$1460 (с). а) \log_{\frac{1}{5}} \frac{\sqrt{5}}{125} = -\frac{1}{2} \log_5 5 + \log_5 125 = -\frac{1}{2} + 3 = 2,5,$$

$$б) \log_6 \frac{36}{\sqrt{6}} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

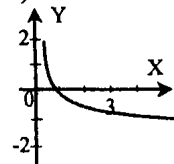
$$b) \log_{0,2} \frac{25}{\sqrt{5}} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2};$$

$$r) \log_{0,1} 10 \sqrt{1000} = -(\log_{10} 100 + \log_{10} \sqrt{10}) = -2,5.$$

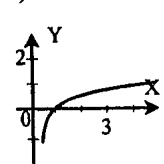
42.2. а)



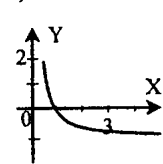
б)



в)

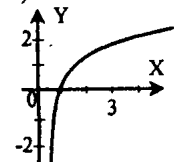


г)

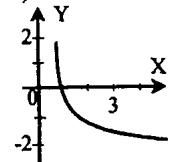


1461 (с).

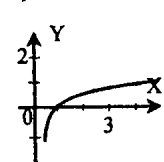
а)



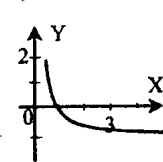
б)



в)



г)



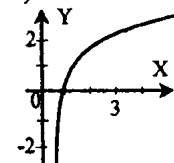
42.3. (1464). а) $\log_4 7 < \log_4 23$, так как основание $4 > 1$ и $7 < 23$;

б) $\log_{2/3} 0,8 > \log_{2/3} 1$, так как основание $2/3 < 1$ и $0,8 < 1$;

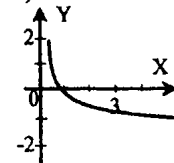
$$в) \log_9 \sqrt{15} < \log_9 13; \quad г) \log_{1/12} \frac{1}{7} > \log_{1/12} \frac{2}{3}.$$

42.4 (1462).

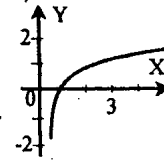
а)



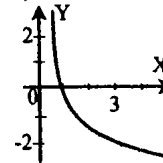
б)



в)



г)

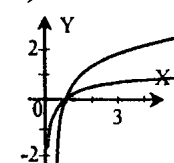


42.5 (1485). а) $\log_2 0,1$; $\log_2 \frac{1}{6}$; $\log_2 0,7$; $\log_2 2,6$; $\log_2 3,7$;

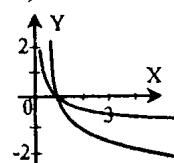
б) $\log_{0,3} 17$; $\log_{0,3} 3$; $\log_{0,3} 2,7$; $\log_{0,3} \frac{2}{3}$; $\log_{0,3} \frac{1}{2}$.

1463 (с).

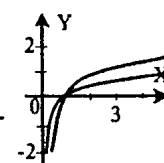
а)



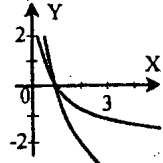
б)



в)



г)



$$42.6. \text{ а) } \log_3 4 \text{ и } \sqrt[3]{9} \quad \left. \begin{array}{l} \log_3 4 < \log_3 9 \\ \log_3 9 = 2 \\ 2 = \sqrt[3]{8} \\ \sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{9} \end{array} \right\} \Rightarrow \log_3 4 < \sqrt[3]{9}$$

$$\text{б) } \log_{0,5} 3 \text{ и } \sin 3 \quad \left. \begin{array}{l} \log_{0,5} 3 = -\log_2 3 < 0 \\ 0 < 3 < \pi \Rightarrow \sin 3 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_{0,5} 3 < \sin 3$$

$$\text{в) } \log_2 5 \text{ и } \sqrt[3]{7} \quad \left. \begin{array}{l} \log_2 5 > \log_2 4 \\ \log_2 4 = 2 \\ 2 = \sqrt[3]{8} \\ \sqrt[3]{8} > \sqrt[3]{7} \end{array} \right\} \Rightarrow \log_2 5 > \sqrt[3]{7}$$

$$\text{г) } \lg 0.2 \text{ и } \cos 0.2 \quad \left. \begin{array}{l} \lg 0.2 < 0 \\ 0 < 0.2 < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos 0.2 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \lg 0.2 < \cos 0.2$$

$$1465 \text{ (c). а) } \log_3 41 > \log_3 27 = 3 > 1; \quad \text{б) } \log_{2,3} 0,1 < 1;$$

$$\text{в) } \log_{\frac{1}{7}} 2,6 < 1; \quad \text{г) } \log_{\sqrt{7}} 0,4 < 1$$

42.7 (1466). а) $y = \log_{2,6} x$ возрастает при $x \in (0; +\infty)$:

б) $y = \log_{\frac{3}{4}} x$ убывает при $x \in (0; +\infty)$:

в) $y = \log_{\sqrt{5}} x$ возрастает при $x \in (0; +\infty)$:

г) $y = \log_{0,9} x$ убывает при $x \in (0; +\infty)$.

42.8 (1467). а) $\log_3 x, x \in [\frac{1}{3}; 9]; y_{\max} = y(9) = 2; y_{\min} = y(\frac{1}{3}) = -1.$

б) $\log_{1,2} x, x \in [\frac{1}{8}; 16]; y_{\max} = y(\frac{1}{8}) = 3; y_{\min} = y(16) = -4;$

в) $y = \lg x [1; 1000]; y_{\max} = y(1000) = 3; y_{\min} = y(1) = 0;$

г) $\log_{2/7} x [\frac{8}{27}; \frac{81}{16}]; y_{\max} = y(\frac{8}{27}) = 3; y_{\min} = y(\frac{81}{16}) = -4$

1468 (c). а) $a = \log_5 x. [\frac{1}{125}; 25]; y_{\max} = y(25) = 2; y_{\min} = y(\frac{1}{125}) = -3.$

б) $y = \log_4 5 \cdot x. [\frac{16}{25}; \frac{25}{16}]; y_{\max} = y(\frac{16}{25}) = 2; y_{\min} = y(\frac{25}{16}) = -2.$

в) $y = \log_6 x [\frac{1}{216}; 36]; y_{\max} = y(36) = 2; y_{\min} = y(\frac{1}{216}) = -3.$

г) $y = \log_2 7 \cdot x [\frac{8}{343}; \frac{343}{8}]; y_{\max} = y(\frac{8}{343}) = 3; y_{\min} = y(\frac{343}{8}) = -3$

42.9 (1469). а) $y = \log_3 x$; $\log_3 x = 4$; $x = 81$; $\log_3 x = -2$; $x = \frac{1}{9}$. $[\frac{1}{9}, 81]$;

б) $y = \log_{0,5} x$; $\log_{0,5} x = -1$; $x = 2$; $\log_{0,5} x = -3$; $x = 8$. $[2, 8]$.

42.10 (1470). а) $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 4)$ $\min(x^2 + 4) = 4$; $y_{\max} = \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$,

б) $y = \log_{0,3}(x^2 - 4x + 3)$; $y = \log_{0,3}(\min(x^2 - 4x + 3)) = \log_{0,3}(x_{\text{вер}}^2 - 4x_{\text{вер}} + 3) = \log_{0,3}(-1)$ — не существует.

1471 (с). а) $\log_{1/3} x = 2$; $x = \frac{1}{9}$,

б) $\log_{1/3} x = -3$; $x = 27$,

в) $\log_{1/3} x = \frac{1}{2}$; $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

г) $\log_{1/3} x = -\frac{2}{3}$; $x = \sqrt[3]{9}$.

1472 (с). а) $\log_4 x = -1$; $x = \frac{1}{4}$;

б) $\log_4 x = \frac{3}{2}$; $x = 8$;

в) $\log_4 x = -\frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{2}$;

г) $\log_4 x = 5/2$; $x = 32$.

1473 (с). а) $\log_2 x = 3$; $x = 8$;

б) $\log_7 x = -1$; $x = \frac{1}{7}$;

в) $\log_{0,3} x = 2$; $x = 0,09$;

г) $\log_{16} x = \frac{1}{2}$; $x = 4$.

1474 (с). а) $\log_x 16 = 2$; $x = 4$;

б) $\log_x \frac{1}{8} = -3$; $x = 2$;

в) $\log_x \sqrt{3} = -1$; $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

г) $\log_x 9 = \frac{1}{2}$; $x = 81$.

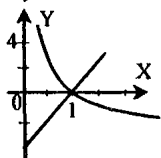
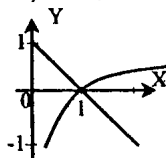
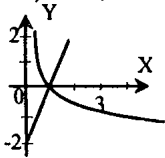
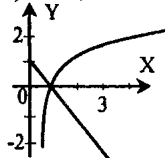
1475 (с).

а) $x = 1$;

б) $x = 1$;

в) $x = 1$;

г) $x = 1$.



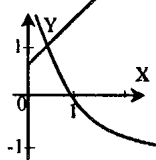
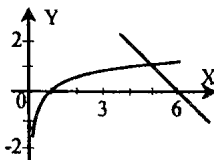
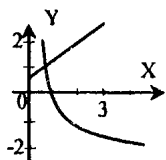
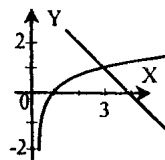
42.11 (1476).

а) $x = 3$;

б) $x = \frac{1}{2}$;

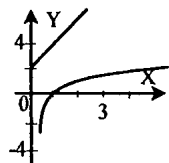
в) $x = 5$;

г) $x = \frac{1}{3}$.

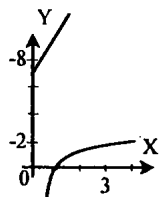


1477 (с).

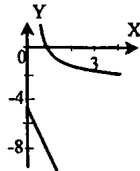
а) решений нет;



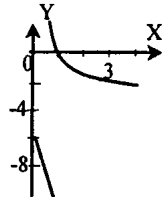
в) решений нет;



б) решений нет;



г) решений нет



42.12 (1478). а) $\log_6 x \geq 2, x \geq 36$;

б) $\log_{0,1} x > 3, x \in \left(0; \frac{1}{1000}\right)$;

в) $\log_9 x \leq \frac{1}{2}, x \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$;

г) $\log_{4/5} x < 3, x > \frac{64}{125}$

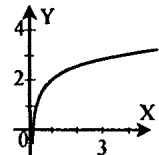
42.13 (1479). а) $\log_9 x \leq -1, 0 < x \leq \frac{1}{9}$;

б) $\log_{1/3} x < -4, x > 81$,

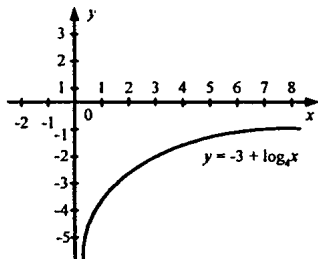
в) $\log_5 x \geq -2, x \geq \frac{1}{25}$;

г) $\log_{0,2} x > -3, 0 < x < 125$.

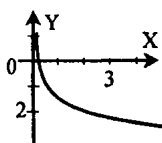
42.14 (1480). а)



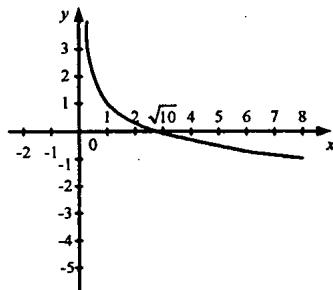
в)



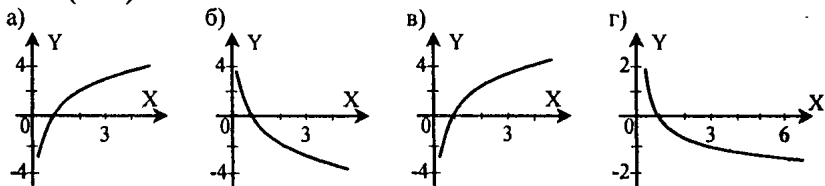
б)



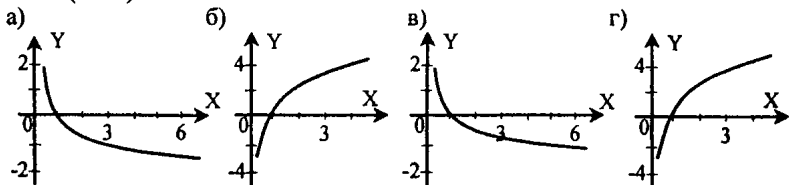
г)



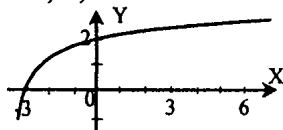
42.15 (1481).



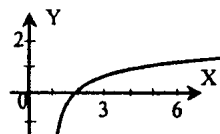
42.16 (1482).



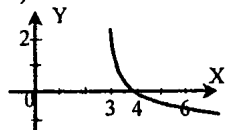
42.17 (1483). а)



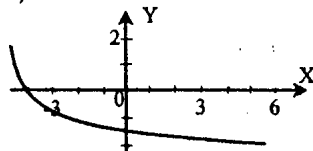
в)



б)



г)



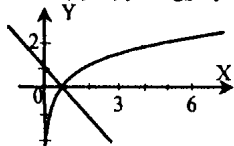
42.18 (1484). а) $y = \log_6(4x - 1)$; $4x - 1 > 0$; $x > 1/4$;

б) $y = \log_{1/9}(7 - 2x)$; $7 - 2x > 0$; $x < 7/2$;

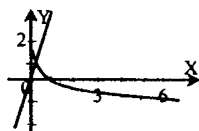
в) $y = \log_9(8x + 9)$; $8x + 9 > 0$; $x > -(9/8)$;

г) $y = \log_{0,3}(2 - 3x)$; $2 - 3x > 0$; $x < \frac{2}{3}$.

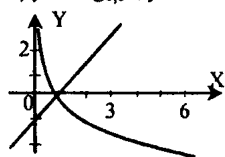
1486 (с). а) $y = \log_2 x$, $y = -x + 1$, $x > 1$;



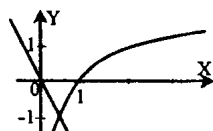
в) $y = \log_{1/7} x$, $y = 7x$, $x \in (0; \frac{1}{7})$;



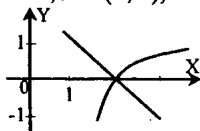
б) $y = \log_{0,5} x$, $y = x - 1$, $x \in (0; 1)$;



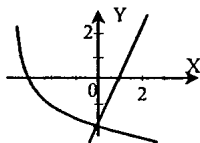
г) $y = \log_3 x$, $y = -3x$, $x > \frac{1}{3}$



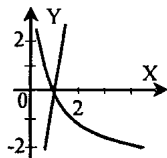
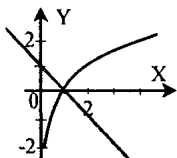
1487 (c). a) $y = \log_4(x-1)$, $y = -x+2$, $x \in (1; 2)$;



б) $y = \log_{1/2}(x+4)$, $y = 3x-2$, $x > 0$.

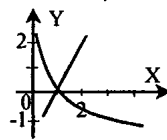
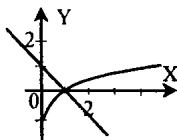


42.19 (1488). a) $\log_2 x \geq -x+1$, $x \geq 1$; б) $\log_{3/7} x > 4x-4$, $x \in (0; 1)$;



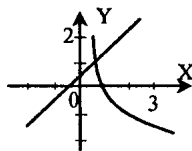
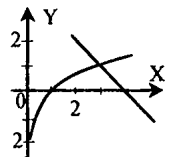
в) $\log_3 x \leq x+1$, $x \in (0; 1]$;

г) $y = \log_{1/3} x < 2x-2$, $x > 1$.



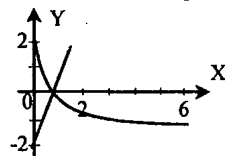
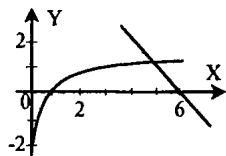
42.20 (1489). a) $\log_3 x \leq 4-x$, $x \in (0; 3]$;

б) $\log_{1/2} x < x + \frac{1}{2}$, $x > \frac{1}{2}$;



в) $\log_5 x \geq 6-x$, $x \geq 5$;

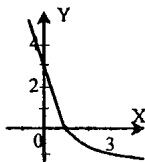
г) $\log_{1/3} x > x + \frac{2}{3}$, $0 < x < \frac{1}{3}$.



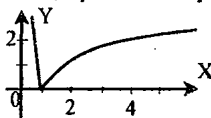
42.21 (1491). $f(x) = \begin{cases} -3x+3, & x \leq 1 \\ \log_{1/3} x, & x > 1 \end{cases}$

a) $f(-8) = 27$, $f(0) = 3$, $f(9) = -2$, $f(-6) = 21$, $f(3) = -1$,

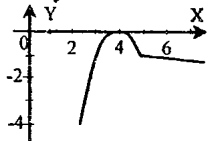
в) функция убывает на $x \in \mathbb{R}$.



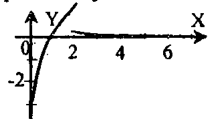
42.22 (1490). а) при $x \leq 1$ убывает, при $x \geq 1$ возрастает.



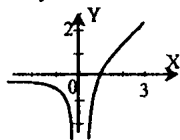
б) при $x \leq 4$ возрастает, при $x \geq 4$ убывает.



в) при $0 < x < 2$ возрастает, при $x \geq 2$ убывает.



г) при $x > 0$ возрастает, при $x < 0$ убывает.



42.23 (1492). а) $y = \log_5(x^2 - 5x + 6)$, $x^2 - 5x + 6 > 0$, $x < 2$, $x > 3$;

б) $y = \log_{2/3}(-x^2 - 5x + 14)$, $x^2 + 5x - 14 < 0$, $x \in (-7; 2)$;

в) $y = \log_9(x^2 - 13x + 12)$, $x^2 - 13x + 12 > 0$, $x < 1$, $x > 12$;

г) $y = \log_{0.2}(-x^2 + 8x + 9)$, $x^2 - 8x - 9 < 0$, $x \in (-1; 9)$.

42.24 (1493). а) $y = \log_{\sqrt{3}} x$, $y \in \mathbb{R}$; б) $y = -22 \log_7 x$, $y \in \mathbb{R}$;

в) $y = -\log_{1/10} x$, $y \in \mathbb{R}$; г) $y = 12 \log_{1/3} x$, $y \in \mathbb{R}$.

42.25 (1494). $f(x) = \log_2 x$;

а) $f(2^x) = \log_2 2^x = x \log_2 2 = x$;

б) $f(4^x) + f(8^x) = \log_2 4^x + \log_2 8^x = 2x + 3x = 5x$.

§ 43. Свойства логарифма

43.1. а) $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 36 = 2$;

б) $\lg 25 + \lg 4 = \lg 100 = 2$;

в) $\log_{26} 2 + \log_{26} 13 = \log_{26} 26 = 1$;

г) $\log_{12} 4 + \log_{12} 36 = \log_{12} 144 = 2$.

43.2. a) $\log_{144}3 + \log_{144}4 = \log_{144}12 = \frac{1}{2}$; б) $\log_{1/8}4 + \log_{1/8}2 = \log_{1/8}8 = -1$.

в) $\log_{216}2 + \log_{216}3 = \log_{216}6 = \frac{1}{3}$; р) $\log_{12}\frac{1}{2} + \log_{12}\frac{1}{72} = \log_{12}1/144 = -2$

1495 (c). a) $\log_62 + \log_63 = \log_66 = 1$; б) $\log_{15}3 + \log_{15}5 = \log_{15}15 = 1$;

в) $\log_{26}2 + \log_{26}13 = \log_{26}26 = 1$; р) $\log_{12}4 + \log_{12}3 = \log_{12}12 = 1$.

1496 (c). a) $\log_612 + \log_63 = \log_636 = 2$; б) $\lg25 + \lg4 = \lg100 = 2$;

в) $\log_48 + \log_42 = \log_416 = 2$; р) $\log_{12}4 + \log_{12}36 = \log_{12}144 = 2$.

1497 (c). a) $\log_{144}3 + \log_{144}4 = \log_{144}12 = \frac{1}{2}$; б) $\lg40 + \lg25 = \lg1000 = 3$;

в) $\log_{216}2 + \log_{216}3 = \log_{216}6 = \frac{1}{3}$; р) $\lg2 + \lg500 = \lg1000 = 3$

1498 (c). a) $\log_{1/8}4 + \log_{1/8}2 = \log_{1/8}8 = -1$; б) $\log_8\frac{1}{4} + \log_8\frac{1}{2} = \log_8\frac{1}{8} = -1$,

в) $\log_{1/12}4 + \log_{1/12}36 = \log_{1/12}144 = -2$; р) $\log_{12}\frac{1}{2} + \log_{12}\frac{1}{72} = \log_{12}1/144 = -2$

43.3 (1499). a) $\log_37 - \log_3\frac{7}{9} = \log_39 = 2$; б) $\log_215 - \log_230 = \log_2\frac{1}{2} = -1$.

в) $\log_{1/2}28 - \log_{1/2}7 = \log_{1/2}4 = -2$; р) $\log_{0.2}40 - \log_{0.2}8 = \log_{0.2}5 = -1$

43.4 (1500). a) $\log_{\sqrt{3}}6 - \log_{\sqrt{3}}2\sqrt{3} = \log_{\sqrt{3}}\sqrt{3} = 1$;

б) $\log_{\sqrt{2}}7\sqrt{2} - \log_{\sqrt{2}}14 = \log_{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}} = -1$.

в) $\log_{2/3}32 - \log_{2/3}243 = \log_{2/3}\frac{32}{243} = 5$.

р) $\log_{0.1}0.003 - \log_{0.1}0.03 = \log_{0.1}0.1 = 1$

1501 (c). a) $\log_{\sqrt{2}}2 = 2$; б) $\log_{3\sqrt{2}}18 = 2$

1502(c). a) $\log_{1/2}\frac{1}{4\sqrt{2}} = 5/2$; б) $\log\frac{1}{100\sqrt{10}} = -5/2$.

43.5 (1503). a) $(3\lg2 - \lg24) : (\lg3 + \lg27) = \lg\frac{1}{3} : \lg81 = \lg3^{-1} : \lg3^4 = \frac{-\lg3}{4\lg3} = -\frac{1}{4}$

б) $(\log_32 + 3\log_30.25) \cdot (\log_328 - \log_37) = \log_3(2 \cdot \frac{1}{4^3}) : \log_34 = \frac{\log_32^{-5}}{\log_32^2} = -\frac{5}{2}$

1504 (c). a) $\sqrt{5}(\log_336 - \log_34 + 5^{\log_5 8})^{\log_5 5} = \sqrt{5}(2+8)^{\log_5 5} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$.

б) $\frac{2}{11}(\log_33 - \log_{12}4 - 7^{\log_7 4})^{2\log_3 1} = \frac{2}{11}(1+4)^{2\log_3 11} = \frac{2}{11} \cdot 11^2 = 22$

1506 (c). a) $\log_3 4 \sqrt[3]{9}$; $\log_3 4 < 2 < \sqrt[3]{9} \Rightarrow \log_3 4 < \sqrt[3]{9}$,

б) $\log_{\frac{1}{2}} 3 \sqrt{\sin 3}$; $\log_{\frac{1}{2}} 3 < \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1 < \sin 3 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 3 < \sin 3$,

в) $\log_2 5 \sqrt[3]{7}$; $\log_2 5 > \log_2 4 = 2$; $\sqrt[3]{7} < \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow \log_2 5 > \sqrt[3]{7}$,

г) $\lg 0,2 \sqrt{\cos 0,2}$; $\lg 2 - 1 < \cos 0,2$; $\lg 2 - 1 < 0$, а $\cos(0,2) > 0 \Rightarrow \lg 0,2 < \cos 0,2$

43.6 (1507). a) $\log_3 2 = c$; $\log_3 8 = 3 \log_3 2 = 3c$;

б) $\log_{0,5} 3 = a$; $\log_{0,5} 81 = 4 \log_{0,5} 3 = 4a$.

43.7 (1508). a) $\log_5 2 = a$; $\log_5 10 = \log_5 5 \cdot 2 = 1 + \log_5 2 = 1 + a$;

б) $\log_6 4 = m$; $\log_6 24 = 1 + \log_6 4 = 1 + m$.

43.8 (1509). a) $\log_6 42 = b$; $\log_6 42 = 1 + \log_6 7 = b$; $\log_6 7 = b - 1$;

б) $\log_7 35 = n$; $\log_7 35 = \log_7 5 + 1 = n$; $\log_7 5 = n - 1$.

1510 (c). $\log_{1/3} 7 = d$; $\log_{1/3} \frac{1}{49} = -2 \log_{1/3} 7 = -2d$.

43.9 (1511). a) $\log_2 x = \log_2 72 - \log_2 9$; $\log_2 x = \log_2 8$; $x = 8$;

б) $\log_4 x = \log_4 2 \sqrt{2} + \log_4 8 \sqrt{8}$; $\log_4 x = \log_4 16 \sqrt{16}$; $x = 64$;

в) $\log_7 x = \log_7 14 - \log_7 98$; $\log_7 x = \log_7 \frac{1}{7}$; $x = \frac{1}{7}$;

г) $\lg x = \lg \frac{1}{8} + \lg \frac{1}{125}$; $\lg x = \lg \frac{1}{1000}$; $x = \frac{1}{1000}$.

43.10 (1512). a) $\log_{1/2} x = \log_{1/2} 19 - \log_{1/2} 38 + \log_{1/2} 3$;

$\log_{1/2} x = \log_{1/2} \frac{57}{38} = \log_{1/2} \frac{3}{2}$; $x = \frac{3}{2}$;

б) $\log_{0,2} x = \log_{0,2} 93 + \log_{0,2} 4 - \log_{0,2} 31$; $\log_{0,2} x = \log_{0,2} 12$; $x = 12$;

в) $\log_{\sqrt{7}} x = 2 \log_{\sqrt{7}} 4 - \log_{\sqrt{7}} 2 + \log_{\sqrt{7}} 5$; $\log_{\sqrt{7}} x = \log_{\sqrt{7}} (16 \cdot \frac{5}{2})$; $x = 40$;

г) $\log_{1/3} x = \log_{1/3} \frac{7}{9} + \log_{1/3} 21 - 2 \log_{1/3} 7$; $\log_{1/3} x = \log_{1/3} (\frac{1}{3})$; $x = \frac{1}{3}$

43.11 (1513). a) $\lg x = 2 \lg 7 - 3 \lg 3 + \lg 8$; $\lg x = \lg (\frac{49 \cdot 8}{27})$; $x = \frac{392}{27}$.

б) $\lg x = 2 \lg 3 + \lg 6 - \frac{1}{2} \lg 9$; $\lg x = \lg (3 \cdot 6)$; $x = 18$;

в) $\lg x = \frac{1}{2} \lg 3 + \frac{2}{3} \lg 5 - \frac{1}{3} \lg 4$; $\lg x = \lg \frac{\sqrt{3} \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{4}}$; $x = \sqrt{3} \sqrt[3]{\frac{25}{4}}$.

г) $\lg x = -\frac{1}{2} \lg 5 + \lg \sqrt{5} + \frac{1}{4} \lg 25$; $\lg x = \lg \sqrt{5}$; $x = \sqrt{5}$

1514(c). a) $\log_{0,3} x = \log_{0,3} a - 2 \log_{0,3} b$; $\log_{0,3} x = \log_{0,3} \frac{a}{b^2}$; $x = \frac{a}{b^2}$.

$$\text{б) } \log_{2,3} x = 4 \log_{2,3} c - 3 \log_{2,3} b; \log_{2,3} x = \log_{2,3} \frac{c^4}{b^3}; x = \frac{c^4}{b^3};$$

$$\text{в) } \log_{1/2} x = 6 \log_{1/2} b - \log_{1/2} c; \log_{1/2} x = \log_{1/2} \frac{b^6}{c}; x = \frac{b^6}{c};$$

$$\text{г) } \log_{2,3} x = -2 \log_{2,3} a - 5 \log_{2,3} b; \log_{2,3} x = \log_{2,3} \frac{1}{a^2 b^5}; x = \frac{1}{a^2 b^5}.$$

$$1515 \text{ (c). а) } \log_2 x = 2 \log_2 a - \log_2 b + \log_2 c; \log_2 x = \log_2 \frac{a^2 c}{b}; x = \frac{a^2 c}{b}.$$

$$\text{б) } \log_{2/3} x = 4 \log_{2/3} b + 2 \log_{2/3} a - \log_{2/3} c; \log_{2/3} x = \log_{2/3} \frac{b^4 a^2}{c}; x = \frac{b^4 a^2}{c}$$

$$\text{в) } \log_5 x = \log_5 c - 2 \log_5 b + \log_5 a; \log_5 x = \log_5 \frac{ac}{b^2}; x = \frac{ac}{b^2}.$$

$$\text{г) } \log_{1/7} x = 3 \log_{1/7} a - 4 \log_{1/7} c + \log_{1/7} b; \log_{1/7} x = \log_{1/7} \frac{a^3 b}{c^4}; x = \frac{a^3 b}{c^4}.$$

$$43.12 \text{ (1516). а) } \log_2 4 \cdot \log_3 27 = 2 \cdot 3 = 6; \quad \text{б) } \log_5 125 : \log_4 16 = 3 : 2 = 3/2;$$

$$\text{в) } \log_{0,5} 0,25 \cdot \log_{0,3} 0,09 = 2 \cdot 2 = 4; \quad \text{г) } \lg 1000 : \lg 100 = \frac{3}{2}.$$

$$43.13 \text{ (1517). а) } \log_{1/2} 4 \cdot \log_3 9 : \log_4 \frac{1}{4} = -2 \cdot 2 / (-1) = 4;$$

$$\text{б) } \log_{\sqrt{3}} 3 \sqrt{3} : \log_{1/7} \sqrt{49} \cdot \log_5 \sqrt{5} = 3 \cdot (-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2};$$

$$\text{в) } \log_3 81 : \log_{0,5} 2 \cdot \log_5 125 = 4 : (-1) \cdot 3 = -12;$$

$$\text{г) } \log_{\sqrt{5}} 5 \sqrt{5} \cdot \log_{0,3} \sqrt{0,3} : \lg 10 \sqrt{0,1} = 3 \cdot \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 3.$$

$$1518 \text{ (c). а) } \log_{1/2} 16 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[3]{5}}{25} : 3^{\log_3 2} = (-4) \cdot (\frac{1}{3} - 2) : 2 = \frac{10}{3};$$

$$\text{б) } \log_{1/3} 9 \cdot \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8} : 7^{2 \log_7 2} = (-2) \cdot (\frac{1}{3} - 3) : 2^2 = \frac{4}{3};$$

$$\text{в) } \log_3 27 : \log_{1/2} 4 \cdot \log_7 \sqrt[3]{49} = 3 : (-2) \cdot \frac{2}{3} = -1;$$

$$\text{г) } \log_6 \frac{1}{6\sqrt{216}} \log_{0,3} \frac{1}{0,09} \cdot \lg 10 \sqrt{0,1} = \left(-1 - \frac{3}{2}\right) \cdot (-2) \cdot \frac{1}{2} = 2,5.$$

$$43.14 \text{ (1519). а) } 2^{2+\log_2 5} = 4 \cdot 5 = 20; \quad \text{б) } 5^{\log_5 16-1} = \frac{16}{5};$$

$$\text{в) } 3^{1+\log_3 8} = 3 \cdot 8 = 24; \quad \text{г) } 8^{\log_8 3-2} = \frac{3}{64}.$$

$$43.15 \text{ (1520). a) } 2^{3\log_2 4} = 64;$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{2\log_{1/2} 7} = 49;$$

$$b) 5^{2\log_5 3} = 9;$$

$$r) (0,3)^{3\log_{0,3} 6} = 216.$$

$$43.16. a) 8^{\log_2 3} = 2^{3\log_2 3} = 27;$$

$$b) \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{1/3} 13} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{1/3} 169} = 169;$$

$$b) 100^{\lg 5} = 10^{2\lg 5} = 5^2 = 25;$$

$$r) \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{1/2} 5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4\log_{1/2} 5} = 5^4 = 625.$$

$$1521 \text{ (c). a) } 8^{\log_2 3} = 2^{3\log_2 3} = 27;$$

$$b) \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{1/3} 13} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{1/3} 169} = 169;$$

$$b) 25^{\log_5 3} = 5^{2\log_5 3} = 9;$$

$$r) \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{1/2} 5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4\log_{1/2} 5} = 5^4 = 625.$$

$$1523 \text{ (c). a) } \log_7 4 + \log_7 8 \sqrt{\log_7 (4+8)}; \log_7 32 > \log_7 12;$$

$$b) \log_{0,5} 12 - \log_{0,5} 2 \sqrt{\log_{0,5} (12-2)}; \log_{0,5} 6 \geq \log_{0,5} 10;$$

$$b) \log_{1/3} 16 + \log_{1/3} 4 \sqrt{\log_{1/3} (16+4)}; \log_{1/3} 64 < \log_{1/3} 20;$$

$$r) \log_{\sqrt{3}} 15 - \log_{\sqrt{3}} 4 \sqrt{\log_{\sqrt{3}} (15-4)}; \log_{\sqrt{3}} \frac{15}{4} < \log_{\sqrt{3}} 11.$$

$$1524 \text{ (c). } y = ab^6; \log_c y = \log_c (ab^6) = \log_c a + 6\log_c b.$$

$$1525 \text{ (c). } x = \frac{ab^2}{c}; \log_n x = \log_n \frac{ab^2}{c} = \log_n a + 2\log_n b - \log_n c.$$

$$1535 \text{ (c). a) } \log_3 \left(2\operatorname{tg} \frac{\pi}{8}\right) - \log_3 \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}\right) = \log_3 \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}\right) = 0;$$

$$b) \log_{\sqrt{3}} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{19}\right) + \log_{\sqrt{3}} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{19}\right) = \log_{\sqrt{3}} 1 = 0;$$

$$b) \log_{1/3} \left(2\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}\right) + \log_{1/3} \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}\right)^{-1} = \log_{1/3} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2};$$

$$r) \log_{1/2} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{7}\right) + \log_{1/2} \left(\operatorname{tg} \frac{5}{14} \pi\right) = \log_{1/2} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{7}\right) + \log_{1/2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{7}\right) = \log_{1/2} 1 = 0.$$

$$43.17 \text{ (1536). a) } 36^{1/2 \log_6 18} = 6^{\log_6 18} = 18; \quad b) 64^{1/4 \log_8 25} = 8^{\log_8 5} = 5;$$

$$b) 121^{1/2 \log_{11} 35} = 11^{\log_{11} 35} = 35;$$

$$r) 25^{1/4 \log_5 9} = 5^{\log_5 3} = 3.$$

$$43.18 \text{ (1537). a) } \left(\frac{1}{4}\right)^{1+1/2 \log_{1/2} 14} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{1/2} 14} = \frac{7}{2};$$

$$b) 25^{1-1/2 \log_5 11} = 25 \cdot 5^{-\log_5 11} = \frac{25}{11};$$

$$b) \left(\frac{1}{9}\right)^{1+1/2\log_3 18} = \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 18} = 2; \quad r) 49^{1-1/2\log_7 14} = 49 \cdot 7^{\log_7 \frac{1}{14}} = \frac{7}{2}.$$

$$43.19 (1505). a) \sqrt[3]{81^{\log_9 6} - 7^{\log_7 9}} = \sqrt[3]{36 - 9} = \sqrt[3]{27} = 3;$$

$$b) \sqrt[4]{36^{\log_6 5} - 5^{\log_5 9}} = \sqrt[4]{25 - 9} = 2.$$

$$43.20 (1522). a) \frac{\log_7 25}{\log_7 5} = \frac{2\log_7 5}{\log_7 5} = 2; \quad b) \frac{\log_{1/2} 9}{\log_{1/2} 27} = \frac{2}{3};$$

$$a) \frac{\log_4 36}{\log_4 6} = 2; \quad r) \frac{\log_{0,3} 32}{\log_{0,3} 64} = \frac{5}{6}.$$

$$43.21 (1538). a) \frac{\frac{1}{2}\log_3 64 - 2\log_3 2}{\log_3 2} = \frac{3\log_3 2 - 2\log_3 2}{\log_3 2} = 1;$$

$$b) \frac{\log_6 12 + 2\log_6 2}{\frac{1}{3}\log_6 27 + 4\log_6 2} = \frac{\log_6 48}{\log_6 48} = 1;$$

$$b) \frac{2\log_{0,5} 2 + \log_{0,5} \sqrt{10}}{\log_{0,5} 10 - \log_{0,5} \sqrt{10} + \log_{0,5} 4} = \frac{\log_{0,5} 4\sqrt{10}}{\log_{0,5} 4\sqrt{10}} = 1;$$

$$r) \frac{\log_{0,3} 16}{\log_{0,3} 15 - \log_{0,3} 30} = \frac{4\log_{0,3} 2}{-\log_{0,3} 2} = -4.$$

$$43.22. a) \log_4 \sin \frac{\pi}{12} + \frac{1}{3}\log_4 \sin \frac{313\pi}{6} + \log_4 \sin \frac{7\pi}{12} =$$

$$= \log_4 \left(\sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{13\pi}{4} \sin \frac{7\pi}{12} \right) = \log_4 \left(\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{7\pi}{12} \right) =$$

$$= \log_4 \left(\frac{1}{4} \left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos \frac{2\pi}{3} \right) \right) = \log_{2^2} (2^{-3}) = -\frac{3}{2}$$

$$b) \frac{1}{2}\log_8 \left(\cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8} \right)^2 - \log_8 \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)^{-1} =$$

$$= \log_8 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) = \log_8 \cos \frac{\pi}{4} = \log_{2^3} \left(2^{-\frac{1}{2}} \right) = -\frac{1}{6}$$

$$43.23 (1526). x = \frac{a^2 c^3}{\sqrt{b}}; \log_n x = \log_n \frac{a^2 c^3}{\sqrt{b}} = 2\log_n a + 3\log_n c - \frac{1}{2}\log_n b.$$

$$43.24 (1527). a) \log_2 16a^2 b^3 = 4 + 2\log_2 a + 3\log_2 b;$$

$$b) \log_2 \left(\frac{1}{8} a(\sqrt{b})^7 \right) = -3 + \log_2 a + \frac{7}{2}\log_2 b;$$

$$b) \log_2 48a \sqrt{a} b^4 = 4 + \log_2 3 + \frac{3}{2} \log_2 a + 4 \log_2 b; \quad r) \log_2 \frac{b^3}{4a^5} = 3 \log_2 b - 2 - 5 \log_2 a$$

$$43.25 (1528). a) \log_5 \frac{125a^4}{b^4} = 3 + 4 \log_5 a - 4 \log_5 b;$$

$$b) \log_5 \frac{625(\sqrt{ab})^3}{c^{1/2}} = 4 + \frac{3}{2} \log_5 a + 3 \log_5 b - \frac{1}{2} \log_5 c;$$

$$b) \log_5 \frac{25\sqrt{5}a^6 b^7}{c^3} = 2,5 + 6 \log_5 a + 7 \log_5 b - 3 \log_5 c;$$

$$r) \log_5 \left(\frac{a^6}{5\sqrt{b^2}} \right)^{-3} = \log_5 \frac{b^{6/5}}{a^{18}} = \frac{6}{5} \log_5 b - 18 \log_5 a.$$

$$43.26 (1529). a) \log_4 x = \log_4 2 + \log_4 7; \log_4 x = \log_4 14; x = 14;$$

$$b) \log_{1/3} x - \log_{1/3} 7 = \log_{1/3} 4; \log_{1/3} x = \log_{1/3} 28; x = 28;$$

$$b) \log_9 x = \log_9 5 + \log_9 6; \log_9 x = \log_9 30; x = 30;$$

$$r) \log_{1/4} x - \log_{1/4} 9 = \log_{1/4} 5; \log_{1/4} x = \log_{1/4} 45; x = 45.$$

$$43.27 (1530). a) \log_6 12 + \log_6 x = \log_6 24; \log_6 x = \log_6 2; x = 2;$$

$$b) \log_{0,5} 3 + \log_{0,5} x = \log_{0,5} 12; \log_{0,5} x = \log_{0,5} 4; x = 4;$$

$$b) \log_5 13 + \log_5 x = \log_5 39; \log_5 x = \log_5 3; x = 3;$$

$$r) \log_{1/3} 8 + \log_{1/3} x = \log_{1/3} 4; \log_{1/3} x = \log_{1/3} \frac{1}{2}; x = \frac{1}{2}.$$

$$43.28 (1531). a) \log_2 3x = \log_2 4 + \log_2 6; \log_2 3x = \log_2 24; x = 8;$$

$$b) \log_{\sqrt{3}} \frac{x}{2} = \log_{\sqrt{3}} 6 + \log_{\sqrt{3}} 2; \log_{\sqrt{3}} \frac{x}{2} = \log_{\sqrt{3}} 12; x = 24;$$

$$b) \log_4 5x = \log_4 35 - \log_4 7; \log_4 5x = \log_4 5; x = 1;$$

$$r) \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{x}{3} \right) = \log_{\sqrt{2}} 15 - \log_{\sqrt{2}} 6; \log_{\sqrt{2}} \frac{x}{3} = \log_{\sqrt{2}} \frac{5}{2}; x = \frac{15}{2}$$

$$43.29 (1540). a) \log_x 8 - \log_x 2 = 2; \log_x 4 = 2; x^2 = 4; x = 2;$$

$$b) \log_x 2 + \log_x 8 = 4; \log_x 2(3+1) = 4; \log_x 2 = 1; x = 2;$$

$$b) \log_x 3 + \log_x 9 = 3; \log_x 3(1+2) = 3; \log_x 3 = 1; x = 3;$$

$$r) \log_x \sqrt{5} + \log_x (25\sqrt{5}) = 3; \log_x \sqrt{5} + \log_x \sqrt{5} + 4 \log_x \sqrt{5} = 3;$$

$$\log_x \sqrt{5} = 1/2; x = 5.$$

$$43.30 (1532). a) \lg(9 \cdot 10^2) = \lg 9 + 2 \approx 2,95;$$

$$b) \lg(9 \cdot 10^{-3}) = \lg 9 - 3 \approx -2,05;$$

$$b) \lg(9 \cdot 10^4) = \lg 9 + 4 \approx 4,95;$$

$$r) \lg(9 \cdot 10^{-5}) = \lg 9 - 5 \approx -4,05.$$

$$43.31 (1533). a) \lg(\lg 50) = \lg(1 + \lg 5) \approx \lg(1,7);$$

$$b) \lg(\lg(0,005)) = \lg(\lg 5 - 3), \text{ т. к. } \lg 5 - 3 < 0, \text{ то это не удовлетворяет ОДЗ;}$$

$$b) \lg(\lg 5000) = \lg(3 + \lg 5) \approx \lg(3,7);$$

$$r) \lg(\lg(0,00005)), \text{ т. к. } \lg 0,00005 < 0, \text{ то это не удовлетворяет ОДЗ.}$$

$$43.32 (1534). \text{ a) } \log_{\sqrt{2}} \left(\sin \frac{\pi}{8} \right) + \log_{\sqrt{2}} \left(2 \cos \frac{\pi}{8} \right) = \log_{\sqrt{2}} \left(2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} \right) =$$

$$= \log_{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2 = -1;$$

$$\text{б) } \log_{1/2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \right) + \log_{1/2} \left(\cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \right) =$$

$$= \log_{1/2} \left(\cos^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 \frac{\pi}{6} \right) = \log_{1/2} \left(\cos \frac{\pi}{3} \right) = \log_{1/2} (1/2) = 1;$$

$$\text{в) } \log_{1/2} \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_{1/2} \left(\cos \frac{\pi}{12} \right) = \log_{1/2} \left(\sin \frac{\pi}{6} \right) = 1;$$

$$\text{г) } \log_{\sqrt{3}/2} \left(\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_{\sqrt{3}/2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \right) =$$

$$= \log_{\sqrt{3}/2} \left(\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12} \right) = \log_{\sqrt{3}/2} \left(\cos \frac{\pi}{6} \right) = 1.$$

$$43.33 (1541). \log_3 2 = a; \log_3 5 = b;$$

$$\text{а) } \log_3 10 = \log_3 2 + \log_3 5 = a + b;$$

$$\text{б) } \log_3 20 = 2 \log_3 2 + \log_3 5 = 2a + b;$$

$$\text{в) } \log_3 50 = 2 \log_3 5 + \log_3 2 = a + 2b;$$

$$\text{г) } \log_3 200 = \log_3 2 + \log_3 2 + 2 \log_3 5 + \log_3 2 = 3a + 2b.$$

$$43.34 (1539). \text{ а) } \log_3 4\sqrt{4\sqrt{2}}; 4\sqrt{3^{4\sqrt{2}}};$$

$$3^{4\sqrt{2}} < 3^{1.2} = 3^{\frac{6}{5}}; 4^5 \sqrt{3^6}; 1024 > 729; \log_3 4 > 4\sqrt{2};$$

$$\text{б) } \log_2 3\sqrt[3]{7}; 3\sqrt{2^{3\sqrt{7}}}; 2^{3\sqrt{7}} > 2^{2.5} = 2^{\frac{5}{2}}; 3^2 \sqrt{2^5}; 9 < 32; \log_2 3 < \sqrt[3]{7}.$$

$$1542 \text{ (c). } \log_5 3 = m; \log_5 2 = n;$$

$$\text{а) } \log_5 6 = \log_5 3 + \log_5 2 = m + n;$$

$$\text{б) } \log_5 18 = 2 \log_5 3 + \log_5 2 = 2m + n;$$

$$\text{в) } \log_5 24 = \log_5 3 + 3 \log_5 2 = m + 3n;$$

$$\text{г) } \log_5 72 = 2 \log_5 3 + 3 \log_5 2 = 2m + 3n.$$

$$1543 \text{ (c). } \log_{1/2} 7 = c; \log_{1/2} 3 = a;$$

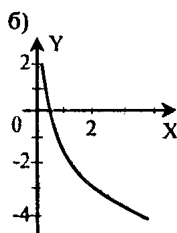
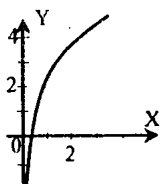
$$\text{а) } \log_{1/2} 21 = \log_{1/2} 3 + \log_{1/2} 7 = a + c;$$

$$\text{б) } \log_{1/2} \frac{1}{42} = -\log_{1/2} 7 - \log_{1/2} 3 + 1 = 1 - a - c;$$

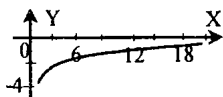
$$\text{в) } \log_{1/2} 147 = 2 \log_{1/2} 7 + \log_{1/2} 3 = 2c + a;$$

$$\text{г) } \log_{1/2} \frac{49}{\sqrt{3}} = 2 \log_{1/2} 7 - \frac{1}{2} \log_{1/2} 3 = 2c - \frac{1}{2} a.$$

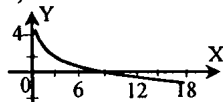
$$43.35 (1544). \text{ а) }$$



в)

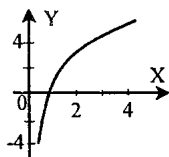


г)

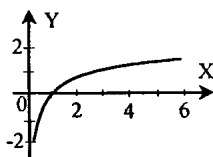


45.36 (1545).

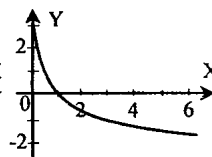
а)



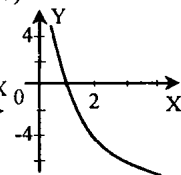
б)



в)

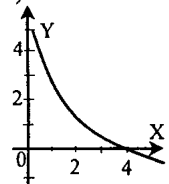


г)

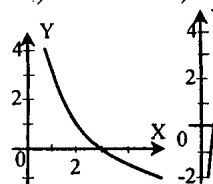


45.37 (1546).

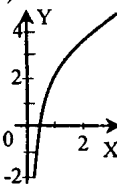
а)



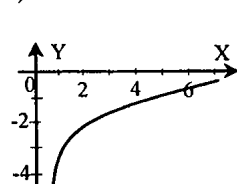
б)



в)



г)



§ 44. Логарифмические уравнения

1547 (с). а) $\log_2 x = 3; x = 8$;

б) $\log_2 x = -2; x = \frac{1}{4}$;

в) $\log_2 x = \frac{1}{2}; x = \sqrt{2}$.

г) $\log_2 x = -\frac{1}{2}; x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

1548 (с). а) $\log_5 x = 2; x = 25$;

б) $\log_{1/3} x = -1; x = 3$;

в) $\log_{0,2} x = 4; x = \frac{1}{625}$;

г) $\log_7 x = \frac{1}{3}; x = \sqrt[3]{7}$.

44.1 (1549). а) $\log_2(3x-6) = \log_2(2x-3)$; ОДЗ: $\begin{cases} 3x-6 > 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 2 \\ x > 1,5 \end{cases} \Rightarrow x > 2$;

$3x-6=2x-3; x=3$;

б) $\log_6(14-4x) = \log_6(2x-2)$; $\begin{cases} 2x+2 > 0 \\ 14-4x = 2x+2 \end{cases}, 6x=12; x=2$;

в) $\log_{1/6}(7x-9) = \log_{1/6} x$; ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ 7x-9 = x \end{cases}; x = 3/2$.

г) $\log_{0,2}(12x+8) = \log_{0,2}(11x+7)$; $\begin{cases} 11x+7 > 0 \\ 12x+8 = 11x+7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -7/11 \\ x = -1 \end{cases}$.

Решений нет.

44.2 (1550). а) $\log_3(x^2+6)=\log_3 5x$.

ОДЗ: $\begin{cases} x^2+6 > 0 \\ 5x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0; x^2-5x+6=0; x=3, x=2;$

б) $\log_{1/2}(7x^2-200)=\log_{1/2} 50x$; ОДЗ: $x > \sqrt{\frac{200}{7}}$;

$7x^2-50x-200=0$; $\frac{D}{4}=625+1400=45^2$; $x=\frac{25-45}{7}$ не подходит, $x=10$;

в) $\lg(x^2-6)=\lg(8+5x)$; ОДЗ: ОДЗ: $\begin{cases} |x| > \sqrt{6} \\ x > -\frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x > \sqrt{6}; x^2-5x-14=0;$

$x=-2$ не подходит; $x=7$.

г) $\lg(x^2-8)=\lg(2-9x)$; ОДЗ: $\begin{cases} |x| > \sqrt{8} \\ x < \frac{2}{9} \end{cases}; x < -\sqrt{8}; x^2+9x-10=0; x=1$ не

подходит, $x=-10$.

44.3 (1551). а) $\log_{0,1}(x^2+4x-20)=0$; ОДЗ: $x^2+4x-20 > 0$; $\begin{cases} x < -2-2\sqrt{6} \\ x > -2+2\sqrt{6} \end{cases}$

$x^2+4x-20=1$; $x^2+4x-21=0$; $x=-7, x=3$;

б) $\log_{1/3}(x^2-10x+10)=0$; ОДЗ: $x^2-10x+10=0$; $\begin{cases} x < 5-\sqrt{15} \\ x > 5+\sqrt{15} \end{cases}; x^2-10x+10=1;$

$x^2-10x+9=0$; $x=9, x=1$;

в) $\log_7(x^2-12x+36)=0$; ОДЗ: $x^2-12x+36 > 0$; $\forall x \neq 6$; $x^2-12x+36=1$;

$x^2-12x+35=0$; $x=7, x=5$;

г) $\log_{1/2}(x^2-8x+16)=0$; ОДЗ: $x^2-8x+16 > 0$; $\forall x \neq 4$; $x^2-8x+16=1$;

$x^2-8x+15=0$; $x=3, x=5$.

44.4 (1552). а) $\log_3(x^2-11x+27)=2$;

ОДЗ: $x^2-11x+27 > 0$; $\begin{cases} x < \frac{11-2\sqrt{3}}{2} \\ x > \frac{11+2\sqrt{3}}{2} \end{cases}; x^2-11x+27=9; x^2-11x+18=0; x=9, x=2;$

б) $\log_{1/7}(x^2+x-5)=-1$; ОДЗ: $x^2+x-5 > 0$; $\begin{cases} x < \frac{-1-\sqrt{21}}{2} \\ x > \frac{-1+\sqrt{21}}{2} \end{cases}; x^2+x-5=7;$

$x^2+x-12=0$; $x=-4, x=3$;

$$в) \log_2(x^2-3x-10)=3; \text{ ОДЗ: } x^2+3x-1 > 0; \begin{cases} x > 5 \\ x < -2 \end{cases}; x^2-3x-10=8; \\ x^2-3x-18=0; x=6, x=-3;$$

$$г) \log_{1/3}(x^2+3x-1)=-2; \text{ ОДЗ: } x^2+3x-1 > 0; \begin{cases} x < \frac{-3-\sqrt{13}}{2} \\ x > \frac{-3+\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$x^2+3x-1=9; x^2+3x-10=0; x=-5, x=2.$$

$$44.5 (1553). а) \log_2(x^2+7x-5)=\log_2(4x-1);$$

$$\begin{cases} 4x-1 > 0 \\ x^2+7x-5=4x-1 \end{cases}; x^2+3x-4=0; x=-4 \text{ не подходит, } x=1;$$

$$б) \log_{0,3}(-x^2+5x+7)=\log_{0,3}(10x-7);$$

$$\begin{cases} 10x-7 > 0 \\ -x^2+5x+7=10x-7 \end{cases}; \begin{cases} x > 0,7 \\ x^2+5x-14=0 \end{cases}; x=-7 \text{ не подходит, } x=2;$$

$$в) \log_2(x^2+x-1)=\log_2(-x+7); \begin{cases} -x+7 > 0 \\ x^2+2x-8=0 \end{cases}; x=-4, x=2;$$

$$г) \log_{0,2}(-x^2+4x+5)=\log_{0,2}(-x-31);$$

$$\begin{cases} -x-31 > 0 \\ x^2-5x-36=0 \end{cases}; x=-4, x=9 \text{ ни один не подходит.}$$

$$44.6 (1554). а) \log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_2 x = 3; x=8; \log_2 x = 1; x=2;$$

$$б) \log_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_4 x = 2; x=16; \log_4 x = -1; x=1/4;$$

$$в) \log_{1/2}^2 x + 3 \log_{1/2} x + 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{1/2} x = -2; x=4; \log_{1/2} x = -1; x=2;$$

$$г) \log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{0,2} x = -3; x=125; \log_{0,2} x = 2; x=\frac{1}{25}.$$

$$44.7 (1555). а) 2 \log_5^2 x + 5 \log_5 x + 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_5 x = \frac{-5-3}{4} = -2; x = \frac{1}{25};$$

$$\log_5 x = -\frac{1}{2}; x = \frac{\sqrt{5}}{5};$$

$$б) 3 \log_4^2 x - 7 \log_4 x + 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_4 x = \frac{7-5}{6} = \frac{1}{3}; x = \sqrt[3]{4}; \log_4 x = 2; x=16;$$

$$в) 2 \log_{0,3}^2 x - 7 \log_{0,3} x - 4 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{0,3} x = \frac{7-9}{4} = -\frac{1}{2}; x = \sqrt{\frac{10}{3}};$$

$$\log_{0,3} x = 4; x=0,0081;$$

$$г) 3 \log_{1/2}^2 x + 5 \log_{1/2} x - 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{1/2} x = \frac{-5-7}{6} = -2; x=4;$$

$$\log_{1/2} x = \frac{1}{3}; x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

44.8 (1556). а) $\log_2 x = \log_2 3 + \log_2 5$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_2 x = \log_2 15$; $x = 15$;

б) $\log_7 4 = \log_7 x - \log_7 9$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_7 x = \log_7 36$; $x = 36$;

в) $\log_{1/3} 4 + \log_{1/3} x = \log_{1/3} 18$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{1/3} x = \log_{1/3} \frac{9}{2}$; $x = \frac{9}{2}$;

г) $\log_{0,4} 9 - \log_{0,4} x = \log_{0,4} 3$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{0,4} x = \log_{0,4} 6$; $x = 3$.

44.9 (1557). а) $2\log_8 x = \log_8 2,5 + \log_8 10$; ОДЗ: $x > 0$; $x^2 = 25$; $x = 5$; $x = -5$ не подходит;

б) $3\log_2 \frac{1}{2} - \log_2 \frac{1}{32} = \log_2 x$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_2 x = \log_2 4$; $x = 4$;

в) $3\log_{1/7} x = \log_{1/7} 9 + \log_{1/7} 3$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{1/7} x^3 = \log_{1/7} 27$; $x = 3$;

г) $4\log_{0,1} x = \log_{0,1} 2 + \log_{0,1} 8$; ОДЗ: $x > 0$; $x^4 = 16$; $x = 2$, $x = -2$ не подходит.

44.10 (1558). а) $\log_3(x-2) + \log_3(x+2) = \log_3(2x-1)$; ОДЗ: $\begin{cases} x > 2 \\ x > -2 \\ x > 1/2 \end{cases}$

$\log_3(x^2-4) = \log_3(2x-1)$; $x^2-2x-3=0$; $x=3$, $x=-1$ не подходит;

б) $\log_{11}(x+4) + \log_{11}(x-7) = \log_{11}(7-x)$; ОДЗ: $\begin{cases} x > -4 \\ x > 7 \\ x < 7 \end{cases}$ $x \in \emptyset$. Нет решений;

в) $\log_{0,6}(x+3) + \log_{0,6}(x-3) = \log_{0,6}(2x-1)$; $\log_{0,6}(x^2-9) = \log_{0,6}(2x-1)$; $x^2-2x-8=0$;

ОДЗ: $\begin{cases} x > -3 \\ x > 3 \\ x > 1/2 \end{cases}$ $x > 3$; $x = 4$, $x = -2$ не подходит;

г) $\log_{0,4}(x+2) + \log_{0,4}(x+3) = \log_{0,4}(1-x)$;

ОДЗ: $\begin{cases} x > -2 \\ x > -3 \\ x < 1 \end{cases}$ $x \in (-2; 1)$; $\log_{0,4}(x^2+5x+6) = \log_{0,4}(1-x)$; $x^2+6x+5=0$; $x = -5$ не

подходит, $x = -1$

44.11 (1559). а) $\log_{23}(2x-1) - \log_{23} x = 0$; ОДЗ: $x > \frac{1}{2}$; $2x-1=x$; $x=1$;

б) $\log_{0,5}(4x-1) - \log_{0,5}(7x-3) = 1$;

ОДЗ: $\begin{cases} x > 3/7 \\ x > 1/4 \end{cases}$ $x > \frac{3}{7}$; $4x-1 = \frac{1}{2}(7x-3)$; $x = -1$ — не подходит \Rightarrow нет решения.

в) $\log_5(x^2-5x-8) - \log_5 4x = 0$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2-5x+8 > 0 \\ x > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \forall x \\ x > 0 \end{cases}$ $x > 0$.

$x^2-6x+8=0$; $x=4$, $x=2$;

$$r) \log_{1/2}(x+9) - \log_{1/2}(8-3x) = 2; \text{ ОДЗ: } x \in (-9; \frac{8}{3}); 4(x+9) = 8-3x;$$

$$7x = -28; x = -4.$$

$$44.12. a) \log_x(2x^2+x-2) = 3 \Leftrightarrow \log_x(2x^2+x-2) = \log_x x^3 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x^2 + x - 2 = x^3 \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2(x-2) - (x-2) = 0 \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x+1)(x-2) \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2,$$

$$б) \log_{x-1}(12x-x^2-19) = 3 \Leftrightarrow \frac{\log_3(12x-x^2-19)}{\log_3(x-1)} = 3 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \log_3(12x-x^2-19) = \log_3(x-1)^3 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 1 \\ x-1 > 0 \\ 12x-x^2-19 = x^3-3x^2+3x-1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \\ x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \\ (x-2)(x^2-9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3;$$

$$1560 (c). a) f(x) = \log_3(5x-2); f(3x-1) = \log_3(15x-7); \log_3(5x-2) = \log_3(15x-7);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 2/5 \\ x > 7/15 \end{cases}; x > 7/15; 5x-2 = 15x-7; 10x = 5; x = \frac{1}{2};$$

$$б) f(x) = \log_2(8x-1); f\left(\frac{x}{2} + 5\right) = \log_2(4x+39); \log_2(8x-1) = \log_2(4x+39);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 1/8 \\ x > -(39/4) \end{cases}; x > 1/8; 8x-1 = 4x+39; 4x = 40; x = 10;$$

$$1562 (c). a) \log_x(2x^2+x-2) = 3 \Leftrightarrow \log_x(2x^2+x-2) = \log_x x^3 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x^2 + x - 2 = x^3 \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2(x-2) - (x-2) = 0 \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x+1)(x-2) \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2;$$

$$б) \log_{2x-1}(3x^2+x-4) = \log_{2x-1}(x^2-6x-6) \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 \neq 1 \\ 3x^2+x-4 > 0 \\ 3x^2+x-4 = x^2-6x-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \neq 1 \\ 3x^2+x-4 > 0 \\ 2x^2+7x+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \neq 1 \\ 3x^2+x-4 > 0 \\ x = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Решений нет, т.к. } \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{4} < \frac{1}{2};$$

$$в) \log_{x-1}(12x-x^2-19) = 3 \Leftrightarrow \frac{\log_3(12x-x^2-19)}{\log_3(x-1)} = 3 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \log_3(12x - x^2 - 19) = \log_3(x-1)^3 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 1 \\ x-1 > 0 \\ 12x - x^2 - 19 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \\ x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \\ (x-2)(x^2-9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3;$$

$$r) \log_{4x-3}(2x^2-3x-1) = \log_{4x-3}(x^2+2x-5)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x - 1 = x^2 + 2x - 5 \\ x^2 + 2x - 5 > 0 \\ 4x - 3 > 0 \\ 4x - 3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 0 \\ x^2 + 2x - 5 > 0 \\ x > \frac{3}{4} \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \\ x^2 + 2x - 5 > 0 \\ x > \frac{3}{4} \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

$$44.13 \text{ (1563). a) } \lg^2 x - \lg x + 1 = \frac{9}{\lg 10x}; \text{ ОДЗ: } x > 0; x \neq \frac{1}{10}; \lg^2 x - \lg x + 1 + \lg^3 x - \lg^2 x + \lg x - 9 = 0; \lg^3 x = 8; \lg x = 2; x = 100;$$

$$b) \log_3^2 x + 3 \log_3 x + 9 = \frac{37}{\log_3(x/27)};$$

$$\log_3^3 x + 3 \log_3^2 x + 9 \log_3 x - 3 \log_3^2 x - 9 \log_3 x - 27 = 37; \log_3^3 x = 64; \log_3 x = 4; x = 81,$$

$$b) \lg^2 x - 2 \lg x + 4 = \frac{9}{\lg 100x}; \text{ ОДЗ: } x > 0; x \neq 1/100;$$

$$2 \lg^2 x - 4 \lg x + 8 + \lg^3 x - 2 \lg^2 x + 4 \lg x = 9; \lg^3 x = 1; \lg x = 1; x = 10;$$

$$r) \log_2^2 x + 7 \log_2 x + 49 = \frac{-218}{\log_2(x/128)}; \text{ ОДЗ: } x > 0; x \neq 128;$$

$$\log_3^3 x + 7 \log_2^2 x + 49 \log_2 x - 7 \log_2 x - 49 \log_2 x - 343 = -218;$$

$$\log_2^3 x = 125; \log_2 x = 5; x = 32.$$

$$44.14 \text{ (1567). a) } \lg 100x \cdot \lg x = -1; \text{ ОДЗ: } x > 0; \lg^2 x + 2 \lg x + 1 = 0; \lg x = -1; x = \frac{1}{10}$$

$$b) \lg^2 10x + \lg 10x = 6 - 3 \lg \frac{1}{x}; \lg^2 x + 2 \lg x + 1 + \lg x + 1 - 6 - 3 \lg x = 0;$$

$$\lg^2 x = 4; \lg x = \pm 2; x = 100; x = \frac{1}{100}$$

$$44.15 \text{ (1568). a) } 2 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 4; \text{ ОДЗ: } x < 0; \lg^2(-x) - 4 \lg(-x) + 4 = 0; \lg(-x) = 2. \\ x = -100;$$

$$6) \lg^2 x^3 + \lg x^2 = 40; \text{ ОДЗ: } x > 0; 9 \lg^2 x + 2 \lg x - 40 = 0; \lg x = \frac{-1-19}{9} = -\frac{20}{9};$$

$$x = \frac{1}{10^{20/9}}; \lg x = \frac{18}{9} = 2; x = 100.$$

44.16 (1564). а) $x^{\log_3 x} = 81$; ОДЗ: $x > 0$; прологарифмируем по основанию 3:

$$\log_3^2 x = 4; \log_3 x = \pm 2; x = 9; x = 1/9;$$

б) $x^{\log_{0,5} x} = 1/16$; ОДЗ: $x > 0$; прологарифмируем по основанию 1/2:

$$\log_{1/2}^2 x = 4; \log_{1/2} x = \pm 2; x = 1/4; x = 4;$$

в) $x^{\log_2 x} = 16$; ОДЗ: $x > 0$; прологарифмируем по основанию 2:

$$\log_2^2 x = 4; \log_2 x = \pm 2; x = 4; x = 1/4;$$

г) $x^{\log_{1/3} x} = \frac{1}{81}$; ОДЗ: $x > 0$; прологарифмируем по основанию $\frac{1}{3}$:

$$\log_{1/3}^2 x = 4; \log_{1/3} x = \pm 2; x = 9; x = \frac{1}{9}.$$

44.17 (1565). а) $x^{1+\log_3 x} = 9$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0$; $\log_3 x = -2$; $x = \frac{1}{9}$,

$$\log_3 x = 1; x = 3;$$

б) $x^{\log_{0,5} x - 2} = 0,125$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{0,5}^2 x - 2 \log_{0,5} x - 3 = 0$; $\log_{0,5} x = 3$; $x = 0,125$;

$$\log_{0,5} x = -1; x = 2;$$

в) $x^{5+\log_2 x} = \frac{1}{16}$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_2^2 x + 5 \log_2 x = -4$; $\log_2 x = -1$; $x = \frac{1}{2}$;

$$\log_2 x = -4; x = \frac{1}{16};$$

г) $x^{\log_{1/3} x - 4} = 27$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{1/3}^2 x - 4 \log_{1/3} x + 3 = 0$; $\log_{1/3} x = 3$; $x = \frac{1}{27}$;

$$\log_{1/3} x = 1; x = \frac{1}{3}.$$

44.18 (1561). а)
$$\begin{cases} \log_2(x^2 + 3x - 2) - \log_2 y = 1 & y = 3x - 2; \\ 3x - y = 2 & \log_2(x^2 + 3x - 2) \end{cases}$$

$$2) = \log_2(6x - 4);$$

$$\begin{cases} 6x - 4 > 0 \\ x^2 + 3x - 2 = 6x - 4 \end{cases}; \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases}; x = 2, y = 4; x = 1, y = 1;$$

$$6) \begin{cases} 2x + y = 7 \\ \log_3(x^2 + 4x - 3) - \log_3 y = 1 \end{cases}; \begin{cases} y = 7 - 2x \\ x^2 + 4x - 3 = 21 - 6x \end{cases};$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^2 + 4x - 3 > 0 \\ 7 - 2x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -2 - \sqrt{7} \\ x > -2 + \sqrt{7}; \\ x < 7/2 \end{cases}; \quad x \in (-\infty; -2 - \sqrt{7}) \cup (-2 + \sqrt{7}; 7/2).$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0; x = -12, y = 31; x = 2, y = 3.$$

$$1566 \text{ (c). a) } \log_2(x-3)(x+5) + \log_2 \frac{x-3}{x+5} = 2; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} (x-3)(x+5) > 0 \\ \frac{x-3}{x+5} > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -5 \\ x > 3 \end{cases}.$$

$$2\log_2|x-3|=2; |x-3|=2; x=1 \text{ не подходит; } x=5;$$

$$6) \log_3(x+3)(x+5) + \log_3\left(\frac{x+3}{x+5}\right) = 4; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} (x+3)(x+5) > 0 \\ \frac{x+3}{x+5} > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -5 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\log_3|x+3|=2; |x+3|=9; x=6, x=-12.$$

$$1569 \text{ (c). a) } \log_5(6-5^x) = 1-x; \text{ ОДЗ: } 5^{x-6}; 6-5^x = 5^{1-x}; 5^{2x} - 6 \cdot 5^{x-5} = 0; 5^{x-5}; x=1; 5^{x-1}; x=0;$$

$$6) \log_3(4 \cdot 3^{x-1} - 1) = 2x - 1; \text{ ОДЗ: } 3^{x-1} > 1/4; 4 \cdot 3^{x-1} - 1 = 3^{2x-1}; 3^{2x} - 4 \cdot 3^{x+3} = 0; 3^{x-3}; x=1; 3^{x-1}; x=0.$$

$$1570 \text{ (c). a) } \log_9(3^{x^2} 2x - 20) = x - x \log_9 3; \text{ ОДЗ: } 3^{x^2} + 2x - 20 > 0;$$

$$3^{x^2} 2x - 20 = 9^{x-x} \log_9 3; 3^{x^2} 2x - 20 = 9^x \cdot 3^{-x}; 2x - 20 = 0; x = 10;$$

$$6) 0,4^{\lg^2 x - 1} = 6, 25^{-2 - \lg x^2}; \text{ ОДЗ: } x > 0; \left(\frac{2}{5}\right)^{\lg^2 x - 1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-4 - 2\lg x^2};$$

$$\lg^2 x - 1 = 4 + 4 \lg x; \lg^2 x - 4 \lg x - 5 = 0; \lg x = 5; x = 100000; \lg x = -1, x = 1/10.$$

1571 (c).

$$a) 6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} = 12; \text{ ОДЗ: } x > 0; x^{\log_6 x} = 6; \log_6^2 x = 1; x = 6; x = \frac{1}{6};$$

$$6) 10^{\lg^2 x} + 9x^{\lg x} = 1000; \text{ ОДЗ: } x > 0; x^{\lg x} = 100; \lg^2 x = 2; \lg x = \pm \sqrt{2}; x = 10^{\pm \sqrt{2}}$$

$$44.19 \text{ (1572). a) } \begin{cases} \log_5(x+y) = 1 \\ \log_6 x + \log_6 y = 1 \end{cases}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x+y > 0 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 5 - y \\ \log_6(5y - y^2) = 1 \end{cases},$$

$$y^2 - 5y + 6 = 0; \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \\ y = 3 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$6) \begin{cases} \log_{0,5}(x+2y) = \log_{0,5}(3x+y) \\ \log_7(x^2 - y) = \log_7 x \end{cases} ; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x+2y > 0 \\ 3x+y > 0 \\ x^2 - y > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ \log_7(x^2 - 2x) = \log_7 x \end{cases} ; x^2 - 3x = 0; x=0, y=0 \text{ не подходит; } x=3, y=6;$$

$$44.20 (1572). \text{ a) } \begin{cases} \log_9(x-y) = 1/2 \\ \log_{64} x - \log_{64} y = 1/3 \end{cases} ; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > y \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x = 3 + y \\ \log_{64}(3+y) = \log_{64} 4y \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x = 3 + y \\ 3 = 3y \end{cases} ; y=1; x=4;$$

$$6) \begin{cases} \log_{1/3}(3x-y) = \log_{1/3}(x+4) \\ \log_9(x^2 + x - y) = \log_9 x^2 \end{cases} ; \text{ОДЗ: } \begin{cases} 3x - y > 0 \\ x > -4 \\ x^2 + x - y > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} ; \begin{cases} y = 2x - 4 \\ x^2 - x + 4 = x^2 \end{cases} ;$$

$$x = 4; y = 4.$$

$$44.21 (1573). \text{ a) } \begin{cases} 2^x \cdot 2^y = 16 \\ \log_3 x + \log_3 y = 1 \end{cases} ; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x = 4 - y \\ 4y - y^2 = 3 \end{cases} ;$$

$$y^2 - 4y + 3 = 0; \begin{cases} y = 3 \\ x = 1 \\ y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} \left(\frac{1}{3}\right)^{-y} = \frac{1}{27} \\ \log_2 2x - \log_2 y = 2 \end{cases} ; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} ; \begin{cases} 2x - y = 3 \\ \log_2 2x = \log_2 4y \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ \log_2 2x = \log_2(8x - 12) \end{cases} ; 6x = 12; x=2, y=1;$$

$$44.22 (1573). \text{ a) } \begin{cases} 9^x \cdot 3^y = 81 \\ \log_2 x + \log_2 y = 1 \end{cases} ; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} ; \begin{cases} y = 4 - 2x \\ 4x - 2x^2 + 1 = 0 \end{cases} ;$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0; x=1, y=2;$$

$$6) \begin{cases} (1/2)^x (\sqrt{2})^y = \log_9 3 \\ \log_4 y - \log_4 x = 1 \end{cases} ; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} ; \begin{cases} -x + (y/2) = -1 \\ \log_4 y = \log_4 4x \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} y = -2 + 2x \\ -2 + 2x = 4x \end{cases} ; x=-1. \text{ решений нет.}$$

$$1574 \text{ (c). a) } \begin{cases} \log_2(x-y) - \log_2 3 = 2 - \log_2(x+y) \\ \log_{1/2}(x-y) = -2 \end{cases}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x-y > 0 \\ x+y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 + y \\ 2 - \log_2 3 = 2 - \log_2(2y+4); \end{cases}$$

$$\log_2(2y+4) = \log_2 3; y = -(1/2), x = 3, 5;$$

$$б) \begin{cases} \log_3(x+2y) - 2\log_3 4 = 1 - \log_3(x-2y) \\ \log_{1/4}(x-2y) = -1 \end{cases}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x+2y > 0 \\ x-2y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 + y \\ \log_3(4+4y) = 1 + 2\log_3 4 - \log_3 4 \end{cases}; \log_3(4+4y) = \log_3 12; y = 2, x = 8.$$

$$1575 \text{ (c). a) } \begin{cases} 2\log_3 y + 3^{x^2+5x-5} = 7 \\ 3\log_3 y - 3^{x^2+5x-5} = 3 \end{cases}; \begin{cases} \log_3 y = 2, y = 9 \\ 4 + 3^{x^2+5x-5} = 7 \end{cases};$$

$$x^2+5x-5=1; x^2+5x-6=0; x=-6; x=1; (1; 9), (-6; 9);$$

$$б) \begin{cases} 2\log_2 x + 2^{y^2+4y-4} = 8 \\ 3\log_2 x + 2^{y^2+4y-4} = 11 \end{cases}; \begin{cases} \log_2 x = 3, x = 8 \\ 2^{y^2+4y-4} = 2 \end{cases}; y^2+4y-5=0; y=-5; y=1$$

§ 45. Логарифмические неравенства

$$45.1 \text{ (1576). a) } \log_2 x \geq 4; x \geq 16;$$

$$б) \log_2 x \leq -3; x \leq \frac{1}{8}, x > 0;$$

$$в) \log_2 x < \frac{1}{2}; x \in (0; \sqrt{2});$$

$$г) \log_2 x > -\frac{1}{2}; x > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$45.2 \text{ (1577). a) } \log_{1/3} x \leq 2; x \geq 1/9;$$

$$б) \log_{1/2} x \geq -3; x \in (0; 8];$$

$$в) \log_{0.2} x < 3; x > \frac{1}{125};$$

$$г) \log_{0.1} x > -\frac{1}{2}; x \in (0; \sqrt{10}).$$

$$45.3 \text{ (1578). a) } \log_5(3x+1) < 2; (3x+1) \in (0; 25); x \in (-\frac{1}{3}; 8);$$

$$б) \log_{0.5} \frac{x}{3} \geq -2; \frac{x}{3} \in (0; 4]; x \in (0; 12];$$

$$в) \log_{1/4} \frac{x}{5} > 1; \frac{x}{5} \in (0; \frac{1}{4}); x \in (0; \frac{5}{4});$$

$$г) \log_{\sqrt{3}}(2x-3) < 4; (2x-3) \in (0; 9); x \in (\frac{3}{2}; 6).$$

$$45.4 \text{ (1579). a) } \log_c x > \log_c(3x-4); \text{ ОДЗ: } x > \frac{4}{3}; 2x < 4; x < 2; x \in (\frac{4}{3}; 2),$$

б) $\log_{0,6}(2x-1) < \log_{0,6}x$; ОДЗ: $x > \frac{1}{2}$; $x > 1$;

в) $\log_{1/3}(5x-9) \geq \log_{1/3}4x$; ОДЗ: $x > \frac{9}{5}$; $x \leq 9$; $x \in (\frac{9}{5}, 9]$;

г) $\log_3(8-6x) \leq \log_32x$; ОДЗ: $x \in (0; \frac{4}{3})$; $8 \leq 8x$; $x \geq 1$; $x \in [1; \frac{4}{3})$.

45.5 (1580). а) $\log_2(5x-9) \leq \log_2(3x+1)$; ОДЗ: $x > \frac{9}{5}$; $2x \leq 10$; $x \in (\frac{9}{5}; 5]$.

б) $\log_{0,4}(12x+2) \geq \log_{0,4}(10x+16)$; $2x \leq 14$; ОДЗ: $x > -\frac{1}{6}$; $x \in (-\frac{1}{6}; 7]$.

в) $\log_{1/3}(-x) > \log_{1/3}(4-2x)$; ОДЗ: $x < 0$; $-x < 4-2x$; $x \in (-\infty; 0)$;

г) $\log_{2,5}(6-x) < \log_{2,5}(4-3x)$; ОДЗ: $x < \frac{4}{3}$; $6-x < 4-3x$; $2x < -2$; $x < -1$.

45.6 (1581). а) $\log_3(x^2+6) < \log_35x$; ОДЗ: $x > 0$; $x^2-5x+6 < 0$; $x \in (2; 3)$.

б) $\log_{0,6}(6x-x^2) > \log_{0,6}(-8-x)$; $6x-x^2 < -8-x$; ОДЗ: $6x-x^2 > 0$; $x \in (0; 6)$;
 $x^2-7x-8 > 0$, нет ршшений;

в) $\lg(x^2-8) \leq \lg(2-9x)$; $x^2-8 \leq 2-9x$; ОДЗ: $x^2-8 > 0$;

$$\begin{cases} x > 2\sqrt{2} \\ x < -2\sqrt{2} \end{cases}$$

$x^2+9x-10 \leq 0$; $x \in [-10; -2\sqrt{2})$; В ответах задачника опечатка;

г) $\log_{\sqrt{2}}(x^2+10x) \geq \log_{\sqrt{2}}(x-14)$; $x^2+10x > x-14$; ОДЗ: $x > 14$; $x^2+9x-14 > 0$; $x > 14$

45.7 (1582). а) $\log_{1/2}(6-x) \geq \log_{1/2}x^2$; $6-x \leq x^2$; ОДЗ: $x < 6$; $x^2+x-6 \geq 0$;
 $x \in (-\infty; -3] \cup [2; 6)$;

б) $\log_{0,3}(x^2+22) < \log_{0,3}13x$; ОДЗ: $x > 0$; $x^2+22 > 13x$; $x^2-13x-22 > 0$;
 $x \in (0; 2) \cup (11; +\infty)$;

в) $\log_{1/4}(-x-6) \leq \log_{1/4}(6-x^2)$; $-x-6 \geq 6-x^2$; ОДЗ: $6-x^2 > 0$; $x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6})$;
 $x^2-x-12 \geq 0$, решений нет;

г) $\log_{0,5}(x^2-27) > \log_{0,5}(6x)$; $x^2-27 < 6x$; ОДЗ: $x > \sqrt{27}$;
 $x < -\sqrt{27}$.

$x^2-6x-27 < 0$; $x \in (\sqrt{27}; 9)$.

45.8 (1583). а) $\log_8(x^2-7x) > 1$; $x^2-7x > 8$; $x^2-7x-8 > 0$; $x \in (-\infty; -1) \cup (8; +\infty)$;

б) $\log_{1/2}(x^2+0,5x) \leq 1$; $x^2+(1/2)x \geq (1/2)$; $2x^2+x-1 \geq 0$; $x \in (-\infty; -1] \cup [1/2; +\infty)$;

в) $\log_2(x^2-6x+24) < 4$; $0 < x^2-6x+24 < 16$; $x^2-6x+8 < 0$; $x \in (2; 4)$;

г) $\log_{1/3}(-x^2 + \frac{10x}{9}) \geq 2$; $0 < -x^2 + \frac{10x}{9} \leq \frac{1}{9}$; $x \in (0; \frac{10}{9})$;

$9x^2-10x+1 \geq 0$; $x \in (-\infty; \frac{1}{9}] \cup [1; +\infty)$. Итого: $x \in (0; \frac{10}{9}] \cup [1; \frac{10}{9})$.

45.9 (1584). а) $\log_2^2 x > 4\log_2 x - 3$; ОДЗ: $x > 0$;

$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 > 0$; $\log_2 x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$; $x \in (0; 2) \cup (8; +\infty)$;

б) $\log_{1/2}^2 x + 3\log_{1/2} x < -2$; ОДЗ: $x > 0$;

$\log_{1/2}^2 x + 3\log_{1/2} x + 2 < 0$; $\log_{1/2} x \in (-2; -1)$; $\begin{cases} x \in (0; 4) \\ x \in (2; +\infty) \end{cases}$. Итого: $x \in (2; 4)$;

в) $\log_4^2 x + \log_4 x \leq 2$; ОДЗ: $x > 0$;

$\log_4^2 x + \log_4 x - 2 \leq 0$; $\log_4 x \in [-2; 1]$; $x \in [\frac{1}{16}; 4]$; В ответе задачника опечатка

г) $\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 \geq 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{0,2} x \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$;

$\begin{cases} x \in [125; +\infty) \\ x \in (0; 0,04] \end{cases}$. Итого: $x \in (0; 0,04] \cup [125; +\infty)$.

45.12 (1585). а) $2\log_5^2 x + 5\log_5 x + 2 \geq 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\begin{cases} \log_5 x \leq -2 \\ \log_5 x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$

$x \in (0; \frac{1}{25}] \cup [\frac{\sqrt{5}}{5}; +\infty)$.

б) $2\log_{0,3}^2 x - 7\log_{0,3} x - 4 \leq 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{0,3} x \in [-\frac{1}{2}; 4]$;

$\begin{cases} x \in (0; \sqrt{\frac{10}{3}}] \\ x \in [0,0081; \sqrt{\frac{10}{3}}] \\ x \in [0,0081; +\infty) \end{cases}$;

в) $3\log_4^2 x - 7\log_4 x + 2 < 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_4 x \in (\frac{1}{3}; 2)$; $x \in (\sqrt[3]{4}; 16)$;

г) $3\log_{1/3}^2 x + 5\log_{1/3} x - 2 > 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\begin{cases} \log_{1/3} x < -2 \\ \log_{1/3} x > \frac{1}{3} \end{cases}$; $\begin{cases} x \in (0; \sqrt[3]{\frac{1}{3}}) \\ x \in (9; +\infty) \end{cases}$;

$x \in (0; \sqrt[3]{\frac{1}{3}}) \cup (9; +\infty)$.

45.10 (1587). а) $\log_3 x > \log_3 72 - \log_3 8$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_3 x > 2$; $x > 9$;

б) $3\log_{1/3} x < \log_{1/3} 9 + \log_{1/3} 3$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{1/3} x < -1$; $x > 3$;

в) $\log_5 x - \log_5 35 \leq \log_5 \frac{1}{7}$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_5 x \leq 1$; $x \in (0; 5]$;

г) $4\log_{0,6} x \geq \log_{0,6} 8 + \log_{0,6} 2$; ОДЗ: $x > 0$; $x^4 \leq 16$; $x \in (0; 2]$.

45.11 (1588). а) $\log_{1/3} x + \log_{1/3} (4-x) > -1$; ОДЗ: $x \in (0; 4)$;

$\log_{1/3} (4x-x^2) > \log_{1/3} 3$; $4x-x^2 < 3$; $x^2-4x+3 > 0$; $x \in (0; 1) \cup (3; 4)$;

б) $\log_2(7-x) + \log_2 x \geq 1 + \log_2 3$; ОДЗ: $x \in (0; 7)$; $\log_2(7x-x^2) \geq \log_2 6$; $x^2-7x+6 \leq 0$; $x \in [1; 6]$;

в) $\lg(7-x) + \lg x > 1$; ОДЗ: $x \in (0; 7)$; $\lg(7x-x^2) > 1$; $x^2-7x+10 < 0$; $x \in (2; 5)$;

г) $\log_{1/2} x + \log_{1/2} (10-x) \geq -1 + \log_{1/2} 4,5$; ОДЗ: $x \in (0; 10)$;

$\log_{1/2} (10x-x^2) \geq \log_{1/2} 9$; $x^2-10x+9 \geq 0$; $x \in (0; 1] \cup [9; 10)$.

45.13 (1586). а) $\log_2^2 x^2 - 15 \log_2 x - 4 \leq 0$; ОДЗ: $x > 0$; $4 \log_2 x - 15 \log_2 x - 4 \leq 0$;

$\log_2 x \in [-\frac{1}{4}; 4]$; $x \in [\sqrt[4]{\frac{1}{2}}; 16]$;

б) $\log_{1/3}^2 x^2 - 7 \log_{1/3} x + 3 \leq 0$; ОДЗ: $x > 0$;

$4 \log_{1/3}^2 x - 7 \log_{1/3} x + 3 \leq 0$; $\log_{1/3} x \in [\frac{3}{4}; 1]$; $\begin{cases} x \in (0; \frac{1}{\sqrt[4]{27}}] \\ x \in [\frac{1}{3}; +\infty) \end{cases}$, $x \in [\frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt[4]{27}}]$;

в) $\log_3^2 x^2 + 13 \log_3 x + 3 < 0$; ОДЗ: $x > 0$;

$4 \log_3^2 x^2 + 13 \log_3 x + 3 < 0$; $\log_3 x \in (-3; -\frac{1}{4})$; $x \in (\frac{1}{27}; \frac{1}{\sqrt[4]{3}})$;

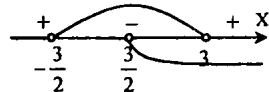
г) $\log_{1/5}^2 x^2 - 31 \log_{1/5} x - 8 < 0$; ОДЗ: $x > 0$;

$4 \log_{1/5}^2 x^2 - 31 \log_{1/5} x - 8 < 0$; $\log_{1/5} x \in (-\frac{1}{4}; 8)$;

$\begin{cases} x \in (0; \sqrt[4]{5}) \\ x \in (\frac{1}{390625}; +\infty) \end{cases}$; $x \in (\frac{1}{390625}; \sqrt[4]{5})$.

45.14 (1589). а) $\log_7(6x-9) < \log_7(2x+3)$; ОДЗ: $x > 3/2$;

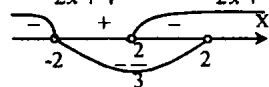
$\log_7(\frac{6x-9}{2x+3}) < 0$; $\frac{6x-9-2x-3}{2x+3} < 0$; $\frac{4x-12}{2x+3} < 0$;



$x \in (3/2; 3)$; $x = 2$;

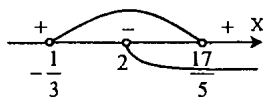
б) $\log_{1/5} (2-x) \geq \log_{1/5} (2x+4)$; ОДЗ: $x \in (-2; 2)$; $\log_{1/5} (\frac{2-x}{2x+4}) \geq 0$;

$\frac{2-x-2x-4}{2x+4} \leq 0$; $\frac{-3x-2}{2x+4} \leq 0$;



$x \in [-\frac{2}{3}; 2)$; $x = 1$;

в) $\lg(8x-16) < \lg(3x+1)$; ОДЗ: $x > 2$; $\lg\left(\frac{8x-16}{3x+1}\right) < 0$; $\frac{5x-17}{3x+1} < 0$;



$x \in (2; \frac{17}{5})$; $x=3$;

г) $\log_{0,4}(7-x) \geq \log_{0,4}(3x+6)$; ОДЗ: $x \in (-2; 7)$;

$7-x \leq 3x+6$; $4x \geq 1$; $x \geq 1/4$; $x=6$.

45.15 (1590). а) $\log_{12}(x^2-x) \leq 1$; ОДЗ: $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$; $x^2-x \leq 12$; $x^2-x-12 \leq 0$;
 $x \in [-3; 4]$; $x \in [-3; 0) \cup (1; 4]$.

Ответ: 6 решений.

б) $\log_{1/2}(x^2-10x+9) \geq 0$; ОДЗ: $x \in (-\infty; 1) \cup (9; +\infty)$; $x^2-10x+9 \leq 1$; $x^2-10x+8 \leq 0$;

$x \in [5-\sqrt{17}; 5+\sqrt{17}]$; $x \in [5-\sqrt{17}; 1) \cup (9; 5+\sqrt{17}]$;

Ответ: 0 решений.

в) $\log_9(x^2-8x) \leq 1$; ОДЗ: $x \in (-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$; $x^2-8x \leq 9$; $x^2-8x-9 \leq 0$;

$x \in [-1; 9]$; $x \in [-1; 0) \cup (8; 9]$.

Ответ: 2 решения.

г) $\log_{0,3}(-x^2+7x-5) < 0$; ОДЗ: $x \in (\frac{7-\sqrt{29}}{2}; \frac{7+\sqrt{29}}{2})$;

$-x^2+7x-5 > 1$; $x^2-7x+6 < 0$; $x \in (1; 6)$.

Ответ: 4 решения.

1591 (с). а) $\log_{5x-1} 2 \leq 0$; ОДЗ: $x > \frac{1}{5}$; $x \neq \frac{2}{5}$; 1. $x \in (\frac{1}{5}; \frac{2}{5})$; $2 \geq 1$; $x \in (\frac{1}{5}; \frac{2}{5})$;

2. $x > \frac{2}{5}$; $2 \leq 1$, решений нет. Итого: $x \in (\frac{1}{5}; \frac{2}{5})$.

б) $\log_{3x-4} 0,2 > 0$; ОДЗ: $x > \frac{4}{3}$; $x \neq -1$; 1. $x \in (-\frac{4}{3}; -1)$; $0,2 < 1$ – тождество.

2. $x > -1$; $0,2 > 1$ – решений нет. Итого: $x \in (-\frac{4}{3}; -1)$;

в) $\log_{2-3x} 5 > 0$; ОДЗ: $x < \frac{2}{3}$; $x \neq \frac{1}{3}$; 1. $x \in (\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$; $5 < 1$ – решений нет.

2. $x < \frac{1}{3}$; $5 > 1$ – тождество.

Итого: $x < \frac{1}{3}$.

г) $\log_{5-x} 0,3 < 0$; ОДЗ: $x < 5$; $x \neq 4$; 1. $x \in (4; 5)$; $0,3 \geq 1$ – решений нет;

2. $x < 4$; $0,3 \leq 1$ – тождество. Итого: $x < 4$.

1592 (с). а) $\log_2(x^2+2x+4) + \log_2(x-2) < \log_2(x^3-x^2+4x-3)$;

$$\log_2(x^3-8) < \log_2(x^3-x^2+4x-3); 0 < x^3-8 < x^3-x^2+4x-3; x > 2; x^2-4x-5 < 0;$$

$$x \in (-1; 5); x \in (2; 5);$$

$$б) \lg(x^3-x^2-x+20) \geq \lg(x+2) + \lg(x^2-2x+4); x^3-x^2-x+20 \geq x^3+8 > 0;$$

$$x > -2; x^2+x-12 \leq 0; x \in [-4; 3]; x \in (-2; 3].$$

$$45.16 (1593). а) \begin{cases} \log_2(2x+3) > \log_2(x-2) \\ \log_6(3x-1) \leq \log_6(9x+4) \end{cases}; \text{ОДЗ: } x > 2; \begin{cases} x > -5 \\ 6x \geq -5 \end{cases}; x > 2;$$

$$б) \begin{cases} \log_3(6x-1) \leq \log_3(9x+11) \\ \log_6(3-x) > \log_6(4x-1) \end{cases}; \text{ОДЗ: } x \in \left(\frac{1}{4}, 3\right); \begin{cases} 3x \geq -12 \\ 5x < 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x < 4/5 \end{cases}; x \in \left(\frac{1}{4}; \frac{4}{5}\right).$$

$$45.17 (1594). а) \begin{cases} \log_3 x^2 > \log_3 125 - \log_3 5 \\ \log_{0,2}(x-1) < 0 \end{cases}; \text{ОДЗ: } x > 1; \begin{cases} \log_3 x > \log_3 5 \\ x-1 > 1 \end{cases}; \begin{cases} x > 5 \\ x > 2 \end{cases}; x > 5;$$

$$б) \begin{cases} \log_{1/2} x^2 \geq \log_{1/2} 28 - \log_{1/2} 7 \\ \log_3(4x-1) > 0 \end{cases}; \text{ОДЗ: } x > \frac{1}{4}; \begin{cases} x \leq 2 \\ 4x-1 > 1 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}; x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right].$$

$$45.18 (1595). а) \begin{cases} \log_{0,1}(x^2-12) < \log_{0,1}(-x) \\ 2^{x-1} > 1/8 \end{cases}; \text{ОДЗ: } x \in (-\sqrt{12}; 0);$$

$$\begin{cases} x^2-12 > -x \\ x-1 > -3 \end{cases}; \begin{cases} x^2+x-12 > 0 \\ x > -2 \end{cases}, \text{решений нет.}$$

$$б) \begin{cases} 3^{x^2-5x-4} < 9 \\ \log_{1/5}(x^2+3) \geq \log_{1/5} 4x \end{cases}; \text{ОДЗ: } x > 0; \begin{cases} x^2-5x-6 < 0 \\ x^2-4x+3 \leq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \in (-1; 6) \\ x \in [1; 3] \end{cases}; x \in [1; 3]$$

§ 46. Переход к новому основанию логарифма

$$46.1 (1596). а) \log_2 \frac{1}{3} + \log_4 9 = -\log_2 3 + \log_2 3 = 0;$$

$$б) \log_{\sqrt{3}} 3 \sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2} = 2 + \log_{\sqrt{3}} \sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2} = 2;$$

$$в) \log_{25} 9 - \log_5 3 = 0;$$

$$г) \log_{16} 4 - \log_4 8 = \log_4(2/8) = -1.$$

$$46.2 (1597). \log_2 3 = a;$$

$$а) \log_3 2 = \frac{1}{\log_2 3} = \frac{1}{a};$$

$$б) \log_3 \frac{1}{2} = \frac{1}{\log_2 3} = \frac{1}{a};$$

$$в) \log_3 4 = \frac{2}{\log_2 3} = \frac{2}{a};$$

$$г) \log_3 \frac{1}{4} = \frac{2}{\log_2 3} = \frac{2}{a}.$$

46.3 (1598). $\log_5 2 = b$:

a) $\log_2 25 = \frac{2}{\log_5 2} = \frac{2}{b}$.

б) $\log_2 \frac{1}{25} = -\frac{2}{\log_5 2} = -\frac{2}{b}$.

в) $\log_2 125 = \frac{3}{\log_5 2} = \frac{3}{b}$.

г) $\log_2 \frac{1}{625} = -\frac{4}{\log_5 2} = -\frac{4}{b}$.

46.4 (1599). $\log_2 3 = a$;

a) $\log_4 9 = \log_2 3 = a$;

б) $\log_8 18 = \frac{1}{3} \log_2 18 = \frac{1}{3} (1 + 2 \log_2 3) = \frac{1}{3} (1 + 2a) = \frac{2a + 1}{3}$;

в) $\log_4 81 = \log_2 9 = 2a$,

г) $\log_8 54 = \frac{1}{3} \log_2 54 = \frac{1}{3} (3 \log_2 3 + 1) = \frac{3a + 1}{3}$

46.5 (1600). a) $\log_2 7 \vee \log_7 4$; $\log_2 7 > \frac{2}{\log_2 7}$;

б) $\log_9 9 \vee \log_9 8$; $\frac{1}{\log_9 6} > \log_9 8$;

в) $\log_3 5 \vee \log_5 4$; $\frac{1}{\log_5 3} > \log_5 4$;

г) $\log_{11} 14 \vee \log_{14} 13$; $\frac{1}{\log_{14} 11} > \log_{14} 13$.

46.6 (1601). a) $\log_2 6 \vee \log_4 5$; $\log_2 6 \vee \frac{1}{2} \log_2 5$; $\log_2 6 > \log_2 \sqrt{5}$.

б) $\log_{1/2} 3 \vee \log_{1/4} \frac{3}{2}$; $\log_{1/2} 3 < \frac{1}{2} \log_{1/2} \frac{3}{2}$;

в) $\log_9 6 \vee \log_3 7$; $\log_3 \sqrt{6} < \log_3 7$;

г) $\log_{1/3} 4 \vee \log_{1/9} 7$; $\log_{1/3} 4 < \log_{1/3} \sqrt{7}$.

46.7 (1602). a) $\log_4 x + \log_{16} x + \log_2 x = 7$; $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1) \log_2 x = 7$; $\log_2 x = 4$; $x = 16$;

б) $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{1/3} x = 6$; $(1 + 2 - 1) \log_3 x = 6$; $\log_3 x = 3$; $x = 27$.

46.8 (1603). a) $3 \log_3^2 x = \frac{5}{\log_x 3} + 2$; $3 \log_3^2 x - 5 \log_3 x - 2 = 0$; $\log_3 x = -\frac{1}{3}$; $x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$,

$\log_3 x = 2$; $x = 9$;

б) $2 \log_2^2 x - \frac{5}{\log_x 2} + 3$; $2 \log_2^2 x - 5 \log_2 x - 3 = 0$; $\log_2 x = -\frac{1}{2}$; $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\log_2 x = 3$; $x = 8$.

$$46.9 (1604). \text{ a) } 9^{\log_3 4} + \log_{\sqrt{6}} 3 \cdot \log_3 36 = 16 + \frac{1}{\log_3 \sqrt{6}} \log_3 36 = 16 + 4 = 20,$$

$$\text{б) } \log_3 8 \cdot \log_2 27 - 3^{\log_0 25} = \frac{\log_2 8}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_3 27}{\log_3 2} - 5 = 3 \cdot 3 - 5 = 4.$$

$$\text{в) } 3^{4 \log_3 2} + \log_5 \sqrt{2} \cdot \log_4 25 = 16 + \frac{1}{2} \log_{25} 4 \cdot \log_4 25 = 16 + \frac{1}{2} = 16,5;$$

$$\text{г) } 10^{0,5 \lg 16} + 14 \log_3 \sqrt{2} \log_4 81 = 4 + 14 \cdot \frac{\log_4 \sqrt{2}}{\log_4 3} \cdot 4 \log_4 3 = 4 + 14 = 18$$

$$1605 \text{ (c). a) } 5 \log_2 9 \cdot \log_3 64 + 3^{\log_6 8} \cdot 2^{\log_6 8} = 5 \cdot 2 \log_2 3 \cdot \frac{\log_2 64}{\log_2 3} + 6^{\log_6 8} =$$

$$= 5 \cdot 2 \cdot 6 + 8 = 68;$$

$$\text{б) } 2^{4 \log_2 3 - 1} + \log_9 3 + \log_3 64 \cdot \log_4 3 = \frac{81}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3 \log_3 4}{\log_3 4} = 41 + 3 = 44,$$

$$\text{в) } 16(\log_9 45 - 1) \log_{11} 9 \cdot \log_5 121 = 16 \log_9 5 \cdot \log_{11} 9 \cdot \log_5 11 = 32;$$

$$\text{г) } \log_{15} 3 \cdot \log_5 3 \log_{\sqrt{3}} 5 \cdot (1 + \log_3 5) = \frac{1}{\log_3 15} \cdot \frac{1}{\log_3 5} \cdot 2 \log_3 5 (1 + \log_3 5) =$$

$$= \frac{2}{1 + \log_3 5} \cdot (1 + \log_3 5) = 2.$$

$$46.10 (1606). \text{ a) } \frac{\log_2 56}{\log_{28} 2} - \frac{\log_2 7}{\log_{224} 2} = (\log_2 7 + 3)(\log_2 7 + 2) - \log_2 7(\log_2 7 + 5) =$$

$$= \log_2^2 7 + 5 \log_2 7 + 6 - \log_2^2 7 - 5 \log_2 7 = 6;$$

$$\text{б) } \frac{\log_3 135}{\log_{45} 3} - \frac{\log_3 5}{\log_{1215} 3} = 5 \log_3 5 + \log_3^2 5 + 6 - 5 \log_3 5 - \log_3^2 5 =$$

$$= (3 + \log_3 5)(\log_3 5 + 2) - \log_3 5(5 + \log_3 5) = 6.$$

$$46.11 (1607). \lg 2 = a, \lg 3 = b;$$

$$\text{a) } \log_4 12 = 1 + \log_4 3 = 1 + \frac{\lg 3}{\lg 4} = 1 + \frac{b}{2a}, \quad \text{б) } \log_6 18 = 1 + \log_6 3 = \frac{\lg 3}{\lg 6} + 1 = \frac{b}{a+b} + 1$$

$$\text{в) } \log_{0,5} 3 = -\log_2 3 = -\frac{\lg 3}{\lg 2} = -\frac{b}{a}; \quad \text{г) } \log_{1/3} 24 = \frac{\lg 24}{\lg \frac{1}{3}} = \frac{3 \lg 2 + \lg 3}{-\lg 3} = \frac{3a+b}{-b}$$

$$46.12 (1608). \log_2 5 = a, \log_2 3 = b;$$

$$\text{a) } \log_3 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 3} = \frac{a+b}{b}; \quad \text{б) } \log_8 75 = \frac{1}{3} \log_2 75 = \frac{1}{3} (2 \log_2 5 + \log_2 3) = \frac{2a+b}{3}$$

$$\text{в) } \log_{16} 45 = \frac{1}{4} (\log_2 5 + 2 \log_2 3) = \frac{a+2b}{4}, \quad \text{г) } \log_{15} 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 15} = \frac{2+b}{a+b}$$

1609 (c). а) $\lg 1, \log_4 3, \log_2 7$;
в) $\log_3 1; \log_5 4; \log_7 9$;

б) $\log_3 0,5, \lg 1; \log_{0,5} 0,1$;
г) $\log_7 0,6; \log_2 1; \log_{0,2} 0,3$.

1610 (c). а) $\lg 0,3; \log_{15} 7; \log_{12} 7; 2^{\log_2 5}$. б) $\log_{\frac{1}{7}} 1; \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 4}; \log_6 7; 9^{\log_3 15}$

46.13 (1611). а) $\log_3 x + 1 = 2 \log_x 3$; ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$; $\log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0$; $\log_3 x = -2$
 $x = \frac{1}{9}$; $\log_3 x = 1$; $x = 3$;

б) $2 \log_x 5 - 3 = -\log_5 x$; ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$; $\log_5^2 x - 3 \log_5 x + 2 = 0$; $\log_5 x = 2$; $x = 25$;
 $\log_5 x = 1$; $x = 5$;

в) $\log_7 x - 1 = 6 \log_x 7$; $\log_7^2 x - \log_7 x - 6 = 0$; $\log_7 x = 3$; $x = 343$; $\log_7 x = -2$; $x = \frac{1}{49}$;

г) $\log_2 x - 9 \log_x 2 = 10$; ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$; $\log_2^2 x - 10 \log_2 x + 9 = 0$; $\log_2 x = 9$; $x = 512$;
 $\log_2 x = 1$; $x = 2$.

46.14 (1612). а) $\log_4(x+12) \log_x 2 = 1$; ОДЗ: $x > 0, x \neq 1$; $\log_x(x+12) = 2$; $x+12 = x^2$;
 $x^2 - x - 12 = 0$; $x = 4$; $x = -3$ — не подходит;

б) $1 + \log_x 5 \log_7 x = \log_5 35 \cdot \log_x 5$; ОДЗ: $x > 0, x \neq 1$; $1 + \log_7 5 = \log_x 35$; $x = 7$.

1613 (c). а) $\log_{0,5}^2 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$; ОДЗ: $x > 0$; $(\log_2 x + 2)^2 + 2 \log_2 x = 11$;

$\log_2^2 x + 6 \log_2 x - 7 = 0$; $\log_2 x = -7$; $x = \frac{1}{128}$; $\log_2 x = 1$; $x = 2$;

б) $\log_3^2 x + \log_9^2 x + \log_{27}^2 x = \frac{49}{9}$; ОДЗ: $x > 0$; $(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9}) \log_3^2 x = \frac{49}{9}$;

$\log_3^2 x - 4$; $\log_3 x = \pm 2$; $x = 9$; $x = \frac{1}{9}$.

46.15 (1614). а) $\log_{(2x+1)}(5+8x-4x^2) + \log_{(5-2x)}(1+4x+4x^2) = 4$

$\log_{(2x-1)}(5+8x-4x^2) + 2 \log_{(5-2x)}(2x+1) = 4$; ОДЗ: $\begin{cases} x > -1/2 \\ x < 5/2 \\ x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$;

$\log_{(2x-1)}(5-2x) + 1 + 2 \log_{(5-2x)}(2x+1) - 4 = 0$;

$2 \log_{(5-2x)}^2(2x+1) - 3 \log_{(5-2x)}(2x+1) + 1 = 0$;

1) $\log_{(5-2x)}(2x+1) = 1/2$;

$2x+1 = \sqrt{5-2x}$; $4x^2+4x+1 = 5-2x$; $4x^2+6x-4 = 0$; $2x^2+3x-2 = 0$;

$x = -2$ — не подходит; $x = \frac{1}{2}$;

$$2) \log_{(5-2x)}(2x+1)=1; 2x+1=5-2x; 4x=4; x=1;$$

$$б) \log_{3x+7}(9+12x+4x^2)=4-\log_{2x+3}(6x^2+23x+21);$$

$$3x+7=a; 2x+3=b; a>0, a \neq 1, b>0, b \neq 1; \log_a b^2=4-\log_b ab; 2 \log_a^2 b-3 \log_a b+1=0;$$

$$\log_a b=1/2; 4x^2+12x+9=3x+7; 4x^2+9x+2=0; x=-1/4; x=-2 - \text{не подходит};$$

$$\log_a b=1; 3x+7=2x+3; x=-4 - \text{не подходит. Итого: } x=-1/4.$$

$$46.16 (1615). \text{ а) } \log_9 x^2 + \log_3^2(-x) < 2; \text{ ОДЗ: } x < 0; \log_3^2(-x) + \log_3(-x) - 2 < 0;$$

$$\log_3(-x) \in (-2; 1); -x \in (1/9; 3); x \in (-3; -1/9);$$

$$б) \log_4 x^2 + \log_2^2(-x) > 6; \text{ ОДЗ: } x < 0; \log_2^2(-x) + \log_2(-x) - 6 > 0;$$

$$\log_2(-x) \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty); x \in (-\infty; -4) \cup (-1/8; 0).$$

§ 47. Дифференцирование показательной и логарифмической функций

$$47.1. \text{ а) } f(x)=4-e^x; f'(x)=-e^x; \quad б) f(x)=x^3 e^x; f'(x)=3x^2 e^x+x^3 e^x;$$

$$в) f(x)=-8e^x; f'(x)=-8e^x; \quad г) f(x)=\frac{e^x}{x^3}; f'(x)=e^x \frac{3x^2-x^3}{x^6} = e^x \left(\frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^3} \right).$$

$$1616 \text{ (с). а) } f(x)=4-e^x; f'(x)=-e^x; \quad б) f(x)=13e^x; f'(x)=13e^x;$$

$$в) f(x)=e^x-19; f'(x)=e^x; \quad г) f(x)=-8e^x; f'(x)=-8e^x.$$

$$1617 \text{ (с). а) } f(x)=x^3 e^x; f'(x)=3x^2 e^x+x^3 e^x; \quad б) f(x)=\frac{e^x}{x}; f'(x)=e^x \frac{(x-1)}{x^2};$$

$$в) f(x)=x^2 e^x; f'(x)=e^x(2x+x^2); \quad г) f(x)=\frac{e^x}{x^3}; f'(x)=e^x \frac{3x^2-x^3}{x^6} = e^x \left(\frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^3} \right)$$

$$47.2 (1618). \text{ а) } y=e^{x \cdot x^2}; x_0=0; y'(x)=e^{x^3} 2x; y'(x_0)=1;$$

$$б) y=e^x(x+1); x_0=-1; y'(x)=e^x(x+2); y'(x_0)=1/e;$$

$$в) y=e^x-x; x_0=1; y'(x)=e^x-1; y'(x_0)=e-1;$$

$$г) y=\frac{e^x}{x+1}; x_0=0; y'(x)=e^x \frac{x}{(x+1)^2}; y'(x_0)=0.$$

$$47.3 (1619). \text{ а) } y=e^{3x-1}; x_0=1/3; y'(x)=3e^{3x-1}; y'(x_0)=3;$$

$$б) y=3e^{6+x}; x_0=-5; y'(x)=3e^{x+6}; y'(x_0)=3e;$$

$$в) y=e^{4-9x}; x_0=4/9; y'(x)=-9e^{4-9x}; y'(x_0)=-9;$$

$$г) y=e^{0,5x-3}; x_0=4; y'(x)=(1/2)e^{0,5x-3}; y'(x_0)=\frac{1}{2e}.$$

$$47.4. \text{ а) } f(x)=\sqrt[3]{x} \cdot e^x; x_0=1; f'(x)=e^x \cdot \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right); f'(x_0)=e \left(1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{3} e;$$

$$б) f(x)=4e^x+3; x_0=-2; f'(x)=4e^x; f'(x_0)=\frac{4}{e^2};$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}; x_0=1; f'(x) = \frac{e^x \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)}{e^{2x}}; f'(x_0) = \frac{\frac{1}{2} - 1}{e} = -\frac{1}{2e}$$

$$\text{г) } f(x) = 0,1e^x - 10x; x_0=0; f'(x) = 0,1e^x - 10; f'(x_0) = -9,9;$$

$$1620 \text{ (c). а) } f(x) = 4e^x + 3; x_0 = -2; f'(x) = 4e^x; f'(x_0) = \frac{4}{e^2};$$

$$\text{б) } f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot e^x; x_0=1; f'(x) = e^x \cdot \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right); f'(x_0) = e \left(1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{3} e;$$

$$\text{в) } f(x) = 0,1e^x - 10x; x_0=0; f'(x) = 0,1e^x - 10; f'(x_0) = -9,9;$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}; x_0=1; f'(x) = \frac{e^x \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)}{e^{2x}}; f'(x_0) = \frac{\frac{1}{2} - 1}{e} = -\frac{1}{2e}$$

$$47.5 \text{ (1621). а) } h(x) = (1/e)^x; x_0=0; h'(x) = -e^{-x}; h'(x_0) = \text{tg}\alpha = -1;$$

$$\text{б) } h(x) = e^{-x+2}; x_0=2; h'(x) = -e^{-x+2}; h'(x_0) = \text{tg}\alpha = -1;$$

$$\text{в) } h(x) = \frac{1}{e^x} + x^5; x_0 = -1; h'(x) = -e^{-x} + 5x^4; h'(x_0) = \text{tg}\alpha = -e + 5;$$

$$\text{г) } h(x) = x + e^{2x-3}; x_0 = 3/2; h'(x) = 1 + 2e^{2x-3}; h'(x_0) = \text{tg}\alpha = 3.$$

$$47.6 \text{ (1622). а) } h(x) = (1/5)e^{5x-1}; x_0=0,2; h'(x) = e^{5x-1}; h'(x_0) = 1; \alpha = \frac{\pi}{4};$$

$$\text{б) } h(x) = e^{-x-\sqrt{3}}; x_0 = -\sqrt{3}; h'(x) = -e^{-x-\sqrt{3}}; h'(x_0) = -1; \alpha = \frac{3\pi}{4};$$

$$\text{в) } h(x) = (1/3)e^{1-3x}; x_0 = 1/3; h'(x) = -e^{1-3x}; h'(x_0) = -1; \alpha = \frac{3\pi}{4};$$

$$\text{г) } h(x) = e^{(\sqrt{3}/3)x-1}; x_0 = \sqrt{3}; h'(x) = \frac{\sqrt{3}}{3} e^{\sqrt{3}/3x-1}; h'(x_0) = \frac{\sqrt{3}}{3}; \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$47.7 \text{ (1623). а) } y = e^x; a=1; y(a) = e; y'(a) = e^x; y'(a) = e; y = xe + e - e = ex;$$

$$\text{б) } y = e^x; a=2; y(a) = e^2; y'(a) = e^x; y'(a) = e^2; y = e^2x - e^2;$$

$$\text{в) } y = e^x; a=0; y(a) = 1; y'(a) = 1; y = x + 1;$$

$$\text{г) } y = e^x; a=-1; y(a) = 1/e; y'(a) = 1/e; y = (x/e) + 2(1/e).$$

$$47.8 \text{ (1624). а) } y = e^{3x-1}; a=1/3; y(a) = 1; y'(a) = 3; y = 3x + 1 - (1/3) \cdot 3 = 3x;$$

$$\text{б) } y = xe^{-2x+1}; a=0,5; y(a) = 1/2; y' = e^{-2x+1} - 2xe^{-2x+1}; y'(a) = 1 - 1 = 0; y = 1/2;$$

$$\text{в) } y = \frac{2}{e^x}; a=0; y(a) = 2; y' = -2e^{-x}; y'(a) = -2; y = -2x + 2;$$

$$\text{г) } y = \frac{e^x}{x+1}; a=0; y(a) = 1; y' = e^x \frac{x}{(x+1)^2}; y'(0) = 0; y = 1.$$

$$1625 \text{ (c). а) } y = 3e^2x - 3e^2; y = e^{3x-1} - e^2; x=1; 3e^2 \cdot 1 - 3e^2 = 0 = e^{3 \cdot 1 - 1} - e^2$$

$$\text{Тангенс угла наклона прямой } 3e^2, y' = 3e^{3x-1} y'(1) = 3e^2.$$

Ответ: да;

$$\text{б) } y = x + e; y = xe^x; x=0; y(0) = 0 + e \neq 0 \cdot e^0$$

Ответ: нет.

$$1626 \text{ (c). a) } \int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1; \quad \text{б) } \int_{-1}^1 3e^x dx = 3e^x \Big|_{-1}^1 = 3e - \frac{3}{e};$$

$$\text{в) } \int_{-1}^0 1/2 e^x dx = \frac{1}{2} e^x \Big|_{-1}^0 = (1/2 - 1/2e); \quad \text{г) } \int_{-2}^1 (-2e^x) dx = (-2e^x) \Big|_{-2}^1 = -2e + \frac{2}{e^2}$$

$$1627 \text{ (c). a) } \int_0^4 e^{0.5x-1} dx = (2e^{0.5x-1}) \Big|_0^4 = 2e - \frac{2}{e}; \quad \text{б) } \int_{-1}^1 e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} \Big|_{-1}^1 = \frac{e^3}{2} - \frac{1}{2e},$$

$$\text{в) } \int_{-4}^4 e^{0.25x+1} dx = 4e^{0.25x+1} \Big|_{-4}^4 = 4e^2 - 4; \quad \text{г) } \int_{-0.5}^0 e^{-2x+2} dx = -\frac{1}{2} e^{-2x+2} \Big|_{-0.5}^0 = \frac{e^2}{2} + \frac{e^3}{2}$$

$$1628 \text{ (c). a) } y=0; x=0; x=3; y=e^x; S = \int_0^3 e^x dx = e^x \Big|_0^3 = e^3 - 1;$$

$$\text{б) } y=0; x=0; x=4; y=e^{-x}; S = \int_0^4 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^4 = -\frac{1}{e^4} + 1;$$

$$\text{в) } y=0; x=-1; x=1; y=e^x; S = \int_{-1}^1 e^x dx = e^x \Big|_{-1}^1 = e - \frac{1}{e};$$

$$\text{г) } y=0; x=-2; x=0; y=e^{-x}; S = \int_{-2}^0 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_{-2}^0 = -1 + e^2.$$

$$1629 \text{ (c). a) } x=1; y=e^x; y=e^{-x};$$

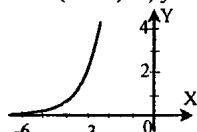
$$S = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 e^{-x} dx = e^x \Big|_0^1 - (-e^{-x}) \Big|_0^1 = e - 1 + \frac{1}{e} - 1 = e + \frac{1}{e} - 2;$$

$$\text{б) } x=-1; y=\frac{1}{e^x}; y=1; S = \int_{-1}^0 e^{-x} dx - 1 \cdot 1 = (-e^{-x}) \Big|_{-1}^0 - 1 = -2 + e;$$

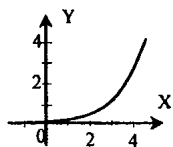
$$\text{в) } y=e^x; x=2; x+2y=2 \text{ или } y=-\frac{x}{2}+1; S = \int_0^2 e^x dx - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = e^x \Big|_0^2 - 1 = e^2 - 2;$$

$$\text{г) } y=e^x; x=2; x=0; y=-e^x; S = 2 \int_0^2 (e^x - e^{-x}) dx = 2 \int_0^2 e^x dx = 2e^x \Big|_0^2 = 2(e^2 - 1).$$

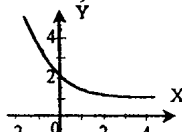
$$47.9 \text{ (1630). a) } y = e^{x+4};$$



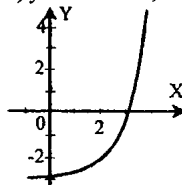
$$\text{в) } y = e^{x-3};$$



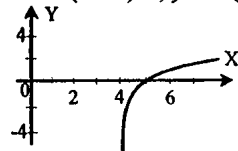
$$\text{б) } y = e^{-x} + 1;$$



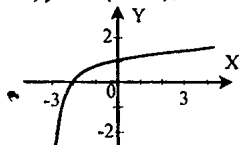
$$\text{г) } y = e^{x-2} - 3;$$



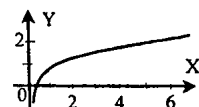
47.10 (1638). а) $y = \ln(x - 4)$;



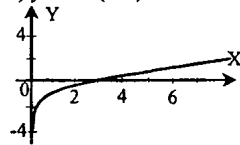
б) $y = \ln(x + 3)$;



б) $y = \ln ex$;



г) $y = \ln(x/e)$



47.11 (1631). а) $y = x^2 e^x$; $y' = e^x(x^2 + 2x)$; возрастает: $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$;

убывает: $[-2; 0]$; $x = 0$ — min; $x = -2$ — max;

б) $y = e^{2x-4}x$; $y' = e^{2x-4}(2x+1)$; возрастает: $[-1/2; +\infty)$; убывает: $(-\infty; 1/2]$;

$x = -1/2$ — min;

в) $y = x^3 e^x$; $y' = e^x(3x^2 + x^3) = x^2 e^x(3+x)$; возрастает: $[-3; +\infty)$; убывает: $(-\infty; -3]$;

$x = -3$ — min;

г) $y = \frac{e^x}{x}$; $y' = e^x \frac{x-1}{x^2}$; возрастает: $[1; +\infty)$; убывает: $(-\infty; 0) \cup (0; 1]$; $x = 1$ — min.

47.12 (1632). $y = x^2 e^x$; $y' = e^x(x^2 + 2x)$; $y' = 0$ при $x = 0$, $x = -2$; $y(0) = 0$; $y(-2) = 4/e^2$;

а) $x \in [-1; 1]$; $y(-1) = 1/e$; $y(1) = e$; $y_{\min} = 0$; $y_{\max} = e$;

б) $x \in [-3; 1]$; $y(-3) = 9/e^3$; $y(1) = e$; $y_{\min} = 0$; $y_{\max} = e$;

в) $x \in [-3; -1]$; $y_{\min} = 1/e$; $y_{\max} = 4/e^2$;

г) $x \in [1; 3]$; $y(3) = 9e^3$; $y_{\min} = e$; $y_{\max} = 9e^3$.

47.13. а) $y = x^2 \ln x$; $y' = 2x \ln x + x$;

б) $y = 3 \ln x + \sin 2x$; $y' = 3/x + 2 \cos 2x$;

в) $y = \frac{x}{\ln x}$; $y' = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$;

г) $y = 2 \cos \frac{x}{2} - 5 \ln x$; $y' = -\sin \frac{x}{2} - \frac{5}{x}$.

1633 (с). а) $y = x^2 \ln x$; $y' = 2x \ln x + x$;

б) $y = \frac{\ln x}{x+1}$; $y' = \frac{\frac{1}{x}(x+1) - \ln x}{(x+1)^2} = \frac{1}{x^2+x} - \frac{\ln x}{(x+1)^2}$;

в) $y = \frac{x}{\ln x}$; $y' = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$;

г) $y = (x-5) \ln x$; $y' = \ln x + 1 - (5/x)$.

1634 (с). а) $y = e^x \ln x$; $y' = e^x(\ln x + 1/x)$; б) $y = 3 \ln x + \sin 2x$; $y' = 3/x + 2 \cos 2x$;

в) $y = \sqrt[7]{x^5} \ln x$; $y' = \frac{5 \ln x}{7 \sqrt[7]{x^2}} + \frac{\sqrt[7]{x^5}}{x} = \frac{1}{\sqrt[7]{x^2}} (5/7 \ln x + 1)$;

г) $y = 2 \cos \frac{x}{2} - 5 \ln x$; $y' = -\sin \frac{x}{2} - \frac{5}{x}$.

$$47.14 (1635). \text{ a) } y = \ln x + x; x_0 = \frac{1}{7}; y' = \frac{1}{x} + 1; y'(x_0) = 7 + 1 = 8:$$

$$\text{б) } y = x^3 \ln x; x_0 = e; y' = 3x^2 \ln x + x^2; y'(x_0) = 3e^2 + e^2 = 4e^2;$$

$$\text{в) } y = x^2 - \ln x; x_0 = 0,5; y' = 2x - \frac{1}{x}; y'(x_0) = 1 - 2 = -1;$$

$$\text{г) } y = \frac{\ln x}{x}; x_0 = 1; y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}; y'(x_0) = 1.$$

$$47.15. \text{ a) } y = \ln(2x+2); x_0 = -\frac{1}{4}; y' = \frac{2}{2x+2} = \frac{1}{x+1}; y'(x_0) = \frac{4}{3},$$

$$\text{б) } y = \ln(5-2x); x_0 = 2; y' = -\frac{2}{5-2x}; y'(x_0) = -2;$$

$$1636 \text{ (c). a) } y = \ln(2x+2); x_0 = -\frac{1}{4}; y' = \frac{2}{2x+2} = \frac{1}{x+1}; y'(x_0) = \frac{4}{3};$$

$$\text{б) } y = \ln(5-2x); x_0 = 2; y' = -\frac{2}{5-2x}; y'(x_0) = -2;$$

$$\text{в) } y = \ln(9-5x); x_0 = -2; y' = -\frac{5}{9-5x}; y'(x_0) = -\frac{5}{19};$$

$$\text{г) } y = -3 \ln(-x+4); x_0 = -5; y' = \frac{3}{4-x}; y'(x_0) = \frac{1}{3}.$$

$$47.16 (1637). \text{ a) } f(x) = x^5 - \ln x; a = 1; f(a) = 1; f'(x) = 5x^4 - \frac{1}{x}; f'(a) = 4; y = 4x + 1 - 4 = 4x - 3,$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{\ln x}{x^2}; a = 1; f(a) = 0; f'(x) = \frac{x - 2x \ln x}{x^4}; f'(a) = 1; y = x - 1;$$

$$\text{в) } f(x) = -2x \ln x; a = e; f(a) = -2e; f'(x) = -2 \ln x - 2; f'(a) = -4; y = -4x - 2e + 4e = -4x + 2e,$$

$$\text{г) } f(x) = \sqrt[3]{x} \ln x; a = 1; f(a) = 0; f'(x) = x^{-\frac{2}{3}} + (1/3)x^{-\frac{2}{3}} \ln x; f'(a) = 1; y = x - 1$$

$$47.17 (1648). \text{ a) } y = xe^{2x-1}; a = \frac{1}{2}; y(a) = \frac{1}{2}; y' = e^{2x-1}(2x+1); y'(a) = 2;$$

$$y = 2x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 2 = 2x - \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } y = \frac{x^2 - 1}{e^{3-x}}; a = 2; y(a) = \frac{3}{e}; y' = \frac{2x + x^2 - 1}{e^{3-x}}; y'(a) = \frac{7}{e};$$

$$y = \frac{7}{e}x + \frac{3}{e} - \frac{14}{e} = \frac{1}{e}(7x - 11);$$

$$\text{в) } y = x^3 \ln x; a = e; y(a) = e^3; y' = 3x^2 \ln x + x^2; y'(a) = 4e^2; y = 4e^2x + e^3 - 4e^3 = 4e^2x - 3e^3,$$

$$\text{г) } y = (2x+1)e^{1-2x}; a = \frac{1}{2};$$

$$y'(a) = 2; y' = 2e^{1-2x} - 2e^{1-2x}(2x+1) = 4xe^{1-2x}; y'(a) = -2; y = -2x + 2 + 1 = -2x + 3$$

$$47.18 \text{ (1639). а) } y=x+\ln \frac{1}{x}; \text{ ОДЗ: } x>0; y'=1-\frac{1}{1/x} \cdot \frac{1}{x^2}=1-\frac{1}{x},$$

убывает: $x \in (0; 1]$; возрастает $x \in [1; +\infty)$; $x=1 - \min$;

$$б) y=x^4-4\ln x; \text{ ОДЗ: } x>0; y'=4x^3-\frac{4}{x}=\frac{4x^4-4}{x};$$

возрастает: $x \in [1; +\infty)$; убывает: $x \in (0; 1]$; $x=1 - \min$;

$$47.19 \text{ (1652). а) } y=e^{2x}-3e^{x^2}x+4; y'=2e^{2x}-3e^{x^2}x+4; e^x \in (-\infty; 1/2) \cup (1; +\infty);$$

возрастает: $x \in (-\infty; \ln(1/2)) \cup [0; +\infty)$; убывает: $x \in [\ln(1/2); 0]$;

$x=\ln(1/2) - \max$; $x=0 - \min$;

$$б) y=1-3x+5e^x-2e^{2x}; y'=-3+5e^x-2e^{2x}>0; 2e^{2x}-5e^x+3<0; e^x \in (1; 3/2);$$

возрастает: $x \in [0; \ln(3/2)]$; убывает: $x \in (-\infty; 0] \cup [\ln(3/2); +\infty)$;

$x=0 - \min$; $x=\ln(3/2) - \max$.

$$47.20 \text{ (1653). а) } y=2\ln x^3-5x+\frac{x^2}{2}; \text{ ОДЗ: } x>0; y'=\frac{6}{x}-5+x>0; \frac{6-5x+x^2}{x}>0;$$

$x^2-5x+6>0$; возрастает: $x \in (0; 2] \cup [3; +\infty)$; убывает: $x \in [2; 3]$;

$x=2 - \max$; $x=3 - \min$;

$$б) y=\ln \frac{1}{x^3}+x^2+x+3; \text{ ОДЗ: } x>0; y'=-\frac{3}{x}+2x+1>0; 2x^2+x-3>0;$$

возрастает: $x \in [1; +\infty)$; убывает: $x \in (0; 1]$; $x=1 - \min$.

$$47.21 \text{ (1640). } y=x-\ln x; y'=1-\frac{1}{x}; y'=0 \text{ при } x=1; y(1)=1;$$

$$а) x \in [\frac{1}{e}; e]; y(1/e)=(1/e)+1; y(e)=e-1; y_{\min}=1; y_{\max}=e-1;$$

$$б) x \in [e; e^2]; y(e^2)=e^2-2; y_{\min}=e-1; y_{\max}=e^2-2.$$

$$47.22 \text{ (1654). а) } y=x+\ln(-x); x \in [-4; -0,5]; y'=1+\frac{1}{x}; y'=0 \text{ при } x=-1;$$

$$y(-1)=-1; y(-4)=-4+\ln 4; y(-0,5)=-(1/2)-\ln 2; y_{\min}=-4+\ln 4; y_{\max}=-1;$$

$$б) y=x+e^{-x}; x \in [-\ln 4; \ln 2]; y'=1-e^{-x}; y'=0 \text{ при } x=0; y(0)=1;$$

$$y(-\ln 4)=4-\ln 4; y(\ln 2)=(1/2)+\ln 2; y_{\min}=1; y_{\max}=4-\ln 4.$$

$$47.23 \text{ (1641). а) } f(x)=e^{2x}; y=2ex-5; f'(x)=2e^{2x}; y=2xe^{2x_0}+e^{2x_0}-2x_0e^{2x_0} \text{ — общее}$$

$$\text{уравнение касательной к графику } y=f(x); x_0=\frac{1}{2}; y=2ex+e-e=2ex;$$

$$б) f(x)=\ln(3x+2); y=x+7; f'(x)=\frac{3}{3x+2}; y=\frac{3x}{3x_0+2}+\ln(3x_0+2)-x_0\frac{3}{3x_0+2},$$

$$x_0=\frac{1}{3}; y=x+\ln 3-\frac{1}{3}.$$

$$1642 \text{ (c). a) } \int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^2 = \ln 2; \quad \text{б) } \int_1^2 \left(e^x + \frac{1}{x}\right) dx = (e^x + \ln x) \Big|_1^2 = e^2 + \ln 2 - e;$$

$$\text{в) } \int_0^1 \frac{0,1}{x+1} dx = 0,1 \ln(x+1) \Big|_0^1 = 0,1 \ln 2;$$

$$\text{r) } \int_1^2 \left(e^{2x} + \frac{2}{x}\right) dx = \left(\frac{e^{2x}}{2} + 2 \ln x\right) \Big|_1^2 = \frac{e^4}{2} + 2 \ln 2 - \frac{e^2}{2}.$$

$$1643 \text{ (c). a) } \int_3^6 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln(2x-1) \Big|_3^6 = \frac{1}{2} \ln 11 - \frac{1}{2} \ln 5 = \frac{1}{2} \ln \frac{11}{5};$$

$$\text{б) } \int_{-1}^0 \frac{dx}{-5x+6} = \left(-\frac{1}{5} \ln(6-5x)\right) \Big|_{-1}^0 = -\frac{1}{5} \ln 6 + \frac{1}{5} \ln 11 = \frac{1}{5} \ln \frac{11}{6};$$

$$\text{в) } \int_0^{1/2} \frac{1}{4x+1} dx = \frac{1}{4} \ln(4x+1) \Big|_0^{1/2} = \frac{1}{4} \ln 3; \quad \text{r) } \int_5^8 \frac{dx}{9-x} = -\ln(9-x) \Big|_5^8 = \ln 4.$$

$$1644 \text{ (c). a) } y=0; x=1; x=e; y=\frac{1}{x}; S = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^e = 1;$$

$$\text{б) } y=0; x=3; x=-1; y=\frac{1}{2x+3}; S = \int_{-1}^3 \frac{dx}{2x+3} = \frac{1}{2} \ln(2x+3) \Big|_{-1}^3 = \frac{1}{2} \ln 9 = \ln 3;$$

$$\text{в) } y=0; x=e; x=e^2; y=\frac{2}{x}; S = \int_e^{e^2} \frac{2}{x} dx = 2 \ln x \Big|_e^{e^2} = 4 - 2 = 2;$$

$$\text{r) } y=0; x=2; x=5; y=\frac{1}{3x-5}; S = \int_2^5 \frac{dx}{3x-5} = \frac{1}{3} \ln(3x-5) \Big|_2^5 = \frac{1}{3} \ln 10.$$

$$1645 \text{ (c). a) } y=e^x; y=\frac{1}{x}; x=2; x=3;$$

$$S = \int_2^3 (e^x - 1/x) dx = (e^x - \ln x) \Big|_2^3 = e^3 - \ln 3 - e^2 + \ln 2 = e^3 - e^2 + \ln \frac{2}{3};$$

$$\text{б) } y=\frac{1}{x}; y=1; x=5; S = 4 \cdot 1 - \int_1^5 \frac{1}{x} dx = 4 - \ln x \Big|_1^5 = 4 - \ln 5;$$

$$\text{в) } y=\sqrt{x}; y=\frac{1}{x}; x=4; S = \int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) dx = \left(\frac{2}{3} x^{3/2} - \ln x\right) \Big|_1^4 = \frac{16}{3} - \ln 4 - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} - \ln 4.$$

$$\text{r) } y=-\frac{1}{x}; y=-1; x=e; S = 1 \cdot (e-1) - \int_1^e \frac{1}{x} dx = (e-1) - \ln x \Big|_1^e = e-2.$$

$$47.74 \text{ (1646). a) } f(x)=3e^{x+4}; a=\frac{3}{e}; f'(x)=3e^{x+4}=\frac{3}{e}; e^{x+4}=e^{-1}; x=-5;$$

$$\text{б) } f(x)=2+\frac{1}{3}e^{-6x-13}; a=-2; f'(x)=-2e^{-6x-13}=-2; e^{-6x-13}=1; 6x+13=0; x=-\frac{13}{6};$$

$$b) f(x) = 2e^{-7x+9}; a = -14; f'(x) = -14 e^{-7x+9} = -14; -7x+9=0; x = \frac{9}{7};$$

$$r) f(x) = 42 - e^{0,1x-4}; a = 0,1; f'(x) = -0,1 e^{0,1x-4} = 0,1; e^{0,1x-4} = 1 - \text{решений нет}$$

$$47.25 (1647). a) g(x) = 6 - \frac{1}{2} e^{2x-3}; a = \frac{1}{e^3}; g'(x) = -e^{2x-3} < \frac{1}{e^3}; x - \text{любое чис.}$$

$$б) g(x) = x + e^{4x-3}; a = 5; g'(x) = 1 + 4e^{4x-3} < 5; e^{4x-3} < 1; x < \frac{3}{4};$$

$$в) g(x) = \frac{1}{3} e^{3x-5}; a = \frac{1}{e}; g'(x) = e^{3x-5} < \frac{1}{e}; 3x+5 < -1; x < -2;$$

$$r) g(x) = e^{9x+21} - x; a = 8; g'(x) = 9e^{9x+21} - 1 < 8; 9x+21 < 0; x < -\frac{7}{9}$$

$$1649 (c). a) y = 2^x \cdot \log_3(x-1); y' = 2^x \ln 2 - \frac{1}{(x-1) \ln 3};$$

$$б) y = 3^{-x} + 2 \log_{1/2} x; y' = -3^{-x} \ln 3 + \frac{2}{x \ln(1/2)};$$

$$в) y = 5^x \cdot 7 \log_{1/5}(x+1); y' = 5^x \ln 5 + \frac{7}{(x+1) \ln 5};$$

$$r) y = \left(\frac{1}{7}\right)^x \cdot \log_5(x+4); y' = -\left(\frac{1}{7}\right)^x \ln 7 + \frac{1}{(x+4) \ln 5}.$$

$$1650 (c). a) y = 7^x \ln(2x+3); y' = 7^x \ln 7 \ln(2x+3) + \frac{2 \cdot 7^x}{2x+3};$$

$$б) y = \frac{\log_5(3x+2)}{x^5}; y' = \frac{3x^5}{(3x+2)x^{10} \ln 5} - \frac{5x^4 \log_5(3x+2)}{x^{10}} =$$

$$= \frac{3}{(3x+2)x^5 \ln 5} - \frac{5 \log_5(3x+2)}{x^6};$$

$$в) y = x^2 \log_{1/2}(3x-1); y' = 2x \log_{1/2}(3x-1) - \frac{3x^2}{(3x-1) \ln 2};$$

$$r) y = \frac{\ln(2x-1)}{3^x}; y' = \frac{2 \cdot 3^x}{2x-1} - \frac{3^x \ln 3 \ln(2x-1)}{3^{2x}} = \frac{2}{(2x-1)3^x} - \frac{\ln 3 \ln(2x-1)}{3^x}$$

$$1651 (c). a) y = \log_x(x+1) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x};$$

$$y' = \frac{\frac{\ln x}{x+1} - \frac{\ln(x+1)}{x}}{\ln^2 x} = \frac{1}{(x+1) \ln x} - \frac{\ln(x+1)}{x \ln^2 x};$$

$$6) y = \log_x x^2 = \frac{2 \ln x}{\ln(x-1)}; y' = \frac{2}{x \ln(x-1)} - \frac{\ln x}{(x-1) \ln^2(x-1)}.$$

1655 (c). а) $y = 4 \cdot 2^{3x} - 27 \cdot 2^{2x} + 3 \cdot 2^{x+3}$; $x \in [-2; 0]$; $y' = 12 \cdot 2^{3x} \ln 2 - 54 \cdot 2^{2x} \ln 2 + 3 \cdot 2^{x+3} \ln 2 = 6 \ln 2 (2 \cdot 2^{3x} - 9 \cdot 2^{2x} + 4 \cdot 2^x) = 6 \ln 2 \cdot 2^x (2 \cdot 2^{2x} - 9 \cdot 2^{x+4}) = 6 \ln 2 \cdot 2^x (2 \cdot 2^{2x} - 1)(2^x - 4)$, $y' = 0$ при $x = -1$, $x = 2$, $y_{\min} = 1$; $y_{\max} = 5 \frac{3}{4}$; (минимум достигается при $x = 0$, максимум — $x = -1$);

б) $y = 3^{3x} - 2 \cdot 3^{2x} - 9 \cdot 3^{x-2}$; $x \in [-1; 1]$; $y' = \ln 3 (3 \cdot 3^{3x} - 4 \cdot 3^{2x} \cdot 3^x) = 3^x \ln 3 (3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^{x-1})$; $y' = 0$ при $x = 0$, $x = -1$; $y(0) = 0$; $y(-1) = 4/27$; $y(1) = 12$; $y_{\min} = 0$; $y_{\max} = 12$.

46.26 (1656). а) $y = e^{\frac{x}{2}}$; $y' = \frac{1}{2} e^{\frac{x}{2}}$; $y = e^{\frac{x_0}{2}} + \frac{1}{2} e^{\frac{x_0}{2}} (x - x_0)$ — касательная;

$$e^{\frac{x_0}{2}} - \frac{x_0}{2} e^{\frac{x_0}{2}} = 0; x_0 = 2; y = \frac{e}{2} x + e - e = \frac{e}{2} x;$$

б) $y = \ln x$; $y' = \frac{1}{x}$; $y = \frac{x}{x_0} + \ln x_0 - \frac{x_0}{x_0}$ — касательная; $\ln x_0 - 1 = 0$; $x_0 = e$; $y = \frac{x}{e}$,

в) $y = e^{\frac{x}{3}}$; $y' = \frac{1}{3} e^{\frac{x}{3}}$; $y = e^{\frac{x_0}{3}} \cdot \frac{x}{3} + e^{\frac{x_0}{3}} - \frac{x_0}{3} e^{\frac{x_0}{3}}$ — касательная;

$$1 - \frac{x_0}{3} = 0; x_0 = 3; y = \frac{e}{3} x;$$

г) $y = \ln x^3 = 3 \ln x$; $y' = \frac{3}{x}$; $y = \frac{3}{x_0} x + 3 \ln x_0 - 3$ — касательная;

$$3 \ln x_0 - 3 = 0; x_0 = e; y = \frac{3x}{e}.$$

46.27 (1657). а) $y = 3x - 4 + a$; $y = \ln(3x - 4)$; $y' = \frac{3}{3x - 4}$;

$$y = \frac{3x}{3x_0 - 4} + \ln(3x_0 - 4) - \frac{3x_0}{3x_0 - 4}$$
 — касательная к графику $y = \ln(3x - 4)$ в

точке x_0 ; $\frac{3}{3x_0 - 4} = 3$; $x_0 = \frac{5}{3}$; $y = 3x - \frac{5}{3} = 3x - 5$; $a = -1$;

б) $y = 2x + 3 + a$; $y = \ln(2x + 3)$; $y' = \frac{2}{2x + 3}$;

$$y = \frac{2x}{2x_0 + 3} + \ln(2x_0 + 3) - \frac{2x_0}{2x_0 + 3}$$
 — касательная к графику $y = \ln(2x + 3)$ в

точке x_0 ; $\frac{2}{2x_0 + 3} = 2$; $x_0 = -1$; $y = 2x + 2$; $a = -1$.

46.28 (1658). $y=x^6 e^{-x}$; $y'=e^{-x}(-x^6+6x^5)=x^5 e^{-x}(6-x)$; $y'>0$ при $x \in (0;6)$; $y'<0$ при $x \in (-\infty;0) \cup (6;+\infty)$; $y'=0$ при $x=0, x=6$; $x \in (a; a+7)$;

а) $\begin{cases} a+7 > 0 \\ a+7 \leq 6 \\ a < 0 \end{cases}; \begin{cases} a \geq 0 \\ a < 6 \\ a+7 > 6 \end{cases}; a \in (-7; -1] \cup [0; 6)$; б) $\begin{cases} a+7 > 6 \\ a < 0 \end{cases}; a \in (-1; 0)$;

в) $\begin{cases} a \geq 6 \\ a+7 \leq 0 \end{cases}; a \in (-\infty; -7] \cup [6; +\infty)$; г) $\begin{cases} a > 0 \\ a+7 < 6 \end{cases}$ - нет таких a .

1659 (с). а) $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 4x dx + \int_1^2 4x^3 dx = \frac{4x^2}{2} \Big|_0^1 + x^4 \Big|_1^2 = \frac{4-1}{2} + 16-1 = \frac{3}{2} + 15$;

б) $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \frac{2}{3} x^{3/2} \Big|_0^1 + \ln x \Big|_1^2 = \frac{2}{3} + \ln 2$.

1660 (с). а) $y=2^x$; $y=3-x$; $y=0$; $x=0$; $S = \int_0^1 2^x dx + 2 \cdot \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{\ln 2}$;

б) $y=3^x$; $y=5-2x$; $y=0$; $x=0$; $S = \int_0^1 3^x dx + \int_1^{5/2} (5-2x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_0^1 + (5x-x^2) \Big|_1^{5/2} =$
 $= \frac{25}{2} - \frac{25}{4} - 5 + 1 + \frac{2}{\ln 3} = \frac{9}{4} + \frac{2}{\ln 3}$.

1661 (с). а) $y = \frac{1}{x^2}$; $y=2^x-1$; $x=2$; $S = \int_1^2 \left(2^x - 1 - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(\frac{2^x}{\ln 2} - x + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 =$
 $= \frac{4}{\ln 2} - 2 + \frac{1}{2} - \frac{2}{\ln 2} + 1 - 1 = \frac{2}{\ln 2} - \frac{3}{2}$;

б) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$; $y=2^{x-1}$; $x=4$; $S = \int_1^4 \left(2^{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \left(\frac{2^{x-1}}{\ln 2} - 2\sqrt{x} \right) \Big|_1^4 =$
 $= \frac{8}{\ln 2} - 4 - \frac{1}{\ln 2} + 2 = \frac{7}{\ln 2} - 2$.

1662 (с). а) $y=e^x$; $y = \frac{e}{x}$; $x=e$; $x=0$; $y=0$;

$S = \int_0^1 e^x dx + \int_1^e \frac{e}{x} dx = e^x \Big|_0^1 + e \ln x \Big|_1^e = e-1+e-2e-1$;

б) $y = \left(\frac{1}{3} \right)^x$; $y=x^2+1$; $x=2$; $S = \int_0^2 \left(x^2 + 1 - \frac{1}{3^x} \right) dx =$

$= \left(\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{\ln 3} \right) \Big|_0^2 = \frac{8}{3} + 2 + \frac{1}{9 \ln 3} - \frac{1}{\ln 3} = \frac{14}{3} - \frac{8}{9 \ln 3} = \frac{2}{3} \left(7 - \frac{4}{3 \ln 3} \right)$.

Глава 8. Первообразная и интеграл

§ 48. Первообразная

48.1 (985). а) $F(x) = x^2 + x^3$; $F'(x) = 2x + 3x^2$;

б) $F(x) = x^4 - x^{11}$; $F'(x) = 4x^3 - 11x^{10}$

в) $F(x) = x^4 + x^{11}$; $F'(x) = 4x^3 + 11x^{10}$;

г) $F(x) = x^{13} - x^{19}$; $F'(x) = 13x^{12} - 19x^{18}$

48.2 (986). а) $F(x) = 3 \sin x$; $F'(x) = 3 \cos x$;

б) $F(x) = -4 \cos x$; $F'(x) = 4 \sin x$;

в) $F(x) = -9 \sin x$; $F'(x) = -9 \cos x$;

г) $F(x) = 5 \cos x$; $F'(x) = -5 \sin x$;

48.3 (987). а) $f(x) = -\frac{1}{x^2}$; $F(x) = \frac{1}{x} + C$;

б) $f(x) = \frac{7}{x^2}$; $F(x) = -\frac{7}{x} + C$;

48.4 (988). а) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$; $F(x) = \sqrt{x} + C$;

б) $f(x) = \frac{6}{\sqrt{x}}$; $F(x) = 12\sqrt{x} + C$;

48.5. а) $f(x) = x^2 + x^{16}$; $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^{17}}{17} + C$;

б) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$; $F(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + C$;

в) $f(x) = x^{13} + x^{18}$; $F(x) = \frac{x^{14}}{14} + \frac{x^{19}}{19} + C$;

г) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1$; $F(x) = \sqrt{x} + x + C$;

989. а) $f(x) = 4x^{10}$; $F(x) = \frac{4}{11}x^{11} + C$; б) $f(x) = -3x^6$; $F(x) = -\frac{3}{7}x^7 + C$;

в) $f(x) = 5x^7$; $F(x) = \frac{5}{8}x^8 + C$; г) $f(x) = -9x^{19}$; $F(x) = -\frac{9}{20}x^{20} + C$.

48.6. а) $f(x) = 4x^3 - 6x^2$; $F(x) = x^4 - 2x^3 + C$;

б) $f(x) = -3 \sin x + 2 \cos x$, $F(x) = 3 \cos x + 2 \sin x + C$;

$$\text{в) } f(x) = 5x^4 - 3x^5; \quad F(x) = x^5 - \frac{x^6}{2} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = -13\sin x + \frac{5}{\cos^2 x}; \quad F(x) = 13\cos x + 5\operatorname{tg} x + C.$$

48.7.

$$\text{а) } F(x) = e^x + \ln|x| \quad \text{б) } F(x) = 3\ln x - \frac{4}{x} + 5\operatorname{ctg} x$$

$$\text{в) } F(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} - \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} \quad \text{г) } F(x) = \frac{5}{6}x^{\frac{6}{5}} - 2e^x$$

$$\text{990 (c). а) } f(x) = x^2 + x^{16}; \quad F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^{17}}{17} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = x^9 + x^{33}; \quad F(x) = \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^{34}}{34} + C;$$

$$\text{в) } f(x) = x^{13} + x^{18}; \quad F(x) = \frac{x^{14}}{14} + \frac{x^{19}}{19} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = x + x^{14}; \quad F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^{15}}{15} + C;$$

$$\text{991 (c). а) } f(x) = -\frac{1}{x^2} + x; \quad F(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^2}{2} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}; \quad F(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + C;$$

$$\text{в) } f(x) = -\frac{1}{x^2} + x^3; \quad F(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^4}{4} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1; \quad F(x) = \sqrt{x} + x + C;$$

$$\text{992 (c). а) } f(x) = 4x^3 - 6x^2; \quad F(x) = x^4 - 2x^3 + C;$$

$$\text{б) } f(x) = 13x^6 + 9x^4; \quad F(x) = 13\frac{x^7}{7} + 9\frac{x^5}{5} + C;$$

$$\text{в) } f(x) = 5x^4 - 3x^5; \quad F(x) = x^5 - \frac{x^6}{2} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = 12x^{10} + 3x^7; \quad F(x) = \frac{12x^{11}}{11} + \frac{3x^8}{8} + C;$$

$$\text{993 (c). а) } f(x) = -3\sin x + 2\cos x; \quad F(x) = 3\cos x + 2\sin x + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{4}{\sin^2 x} - \frac{9}{\cos^2 x}; \quad F(x) = -4\operatorname{ctg} x - 9\operatorname{tg} x + C;$$

$$\text{в) } f(x) = -4 \cos x + \frac{2}{\sin^2 x};$$

$$F(x) = -4 \sin x - 2 \operatorname{ctg} x + C;$$

$$\text{г) } f(x) = -13 \sin x + \frac{5}{\cos^2 x};$$

$$F(x) = 13 \cos x + 5 \operatorname{tg} x + C.$$

$$995 \text{ (c.) а) } f(x) = -\frac{1}{(6x+1)^2};$$

$$F(x) = \frac{1}{6(6x+1)} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{(8x-3)^2};$$

$$F(x) = -\frac{1}{8(8x-3)} + C;$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{1}{(7x-3)^2};$$

$$F(x) = -\frac{1}{7(7x-3)} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = -\frac{1}{(10x+2)^2};$$

$$F(x) = \frac{1}{10(10x+2)} + C.$$

$$996 \text{ (c.) а) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{7x-9}};$$

$$F(x) = \frac{2}{7} \sqrt{7x-9} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{42-3x}};$$

$$F(x) = -\frac{2}{3} \sqrt{42-3x} + C.$$

$$997 \text{ (c.) а) } \int 4 \sin x dx = -4 \cos x + C;$$

$$\text{б) } \int -\frac{9}{\cos^2 x} dx = -9 \operatorname{tg} x + C;$$

$$\text{в) } \int 6 \cos x dx = 6 \sin x + C;$$

$$\text{г) } \int -\frac{16}{\sin^2 x} dx = 16 \operatorname{ctg} x + C;$$

$$998 \text{ (c.) а) } \int \frac{3dx}{2\sqrt{x}} = 3\sqrt{x} + C.$$

$$\text{б) } \int -\frac{15}{x^2} dx = \frac{15}{x} + C.$$

$$\text{в) } \int \frac{5dx}{2\sqrt{x}} = 5\sqrt{x} + C.$$

$$\text{г) } \int \frac{20}{x^2} dx = -\frac{20}{x} + C.$$

$$999 \text{ (c.) а) } \int (x^3 + \sin x) dx = \frac{x^4}{4} - \cos x + C. \text{ б) } \int \left(x^9 + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = \frac{x^{10}}{10} + \operatorname{tg} x + C$$

$$\text{в) } \int (x^2 + \cos x) dx = \frac{x^3}{3} + \sin x + C. \text{ г) } \int \left(x^6 + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = \frac{x^7}{7} - \operatorname{ctg} x + C$$

$$1000 \text{ (c.) а) } \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + x^2 \right) dx = \sqrt{x} + \frac{x^3}{3} + C. \text{ б) } \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + x \right) dx = \sqrt{x} + \frac{x^2}{2} + C.$$

$$1001 \text{ (c.) а) } \int \left(\frac{1}{x^2} + x^3 \right) dx = -\frac{1}{x} + \frac{x^4}{4} + C. \text{ б) } \int \left(-\frac{1}{x^2} + x^5 \right) dx = \frac{1}{x} + \frac{x^6}{6} + C$$

$$1002 \text{ (c.) а) } \int (2-9x)^6 dx = -\frac{(2-9x)^7}{63} + C. \text{ б) } \int (7+5x)^{13} dx = \frac{(7+5x)^{14}}{70} + C$$

$$1006 \text{ (c). a) } y' = x^4 - 3x^2; y = \frac{x^5}{5} - x^3 + C. \text{ б) } y' = x^{12} - 8x^7; y = \frac{x^{13}}{13} - x^8 + C.$$

$$1007 \text{ (c). a) } y' = \sin x + 1; y = -\cos x + x + C. \text{ б) } y' = \cos x - 9; y = \sin x - 9x + C.$$

$$1008 \text{ (c). a) } y' = \frac{13}{x^2} + x; y = -\frac{13}{x} + \frac{x^2}{2} + C. \text{ б) } y' = \frac{4}{x^2} - 4x; y = -\frac{4}{x} - 2x^2 + C.$$

$$1009 \text{ (c). a) } y' = \frac{-9}{x^2} + \sin x; y = \frac{9}{x} - \cos x + C.$$

$$\text{б) } y' = -\frac{5}{x^2} - \cos x; y = \frac{5}{x} - \sin x + C.$$

$$48.8 \text{ (1012). a) } f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1; F(x) = x.$$

$$\text{б) } f(x) = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \sin x; F(x) = -\cos x.$$

$$\text{в) } f(x) = 1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}; F(x) = \operatorname{tg} x.$$

$$\text{г) } f(x) = 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}; F(x) = -\operatorname{ctg} x.$$

$$48.9 \text{ (994). a) } f(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right); F(x) = -\frac{1}{3} \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right); F(x) = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + C;$$

$$\text{в) } f(x) = \cos(4x - 3); F(x) = \frac{1}{4} \sin(4x - 3) + C;$$

$$\text{г) } f(x) = \sin\left(2 - \frac{x}{2}\right); F(x) = 2 \cos\left(2 - \frac{x}{2}\right) + C.$$

$$48.10. \text{ a) } f(x) = -\frac{1}{(6x+1)^2}; F(x) = \frac{1}{6(6x+1)} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{7x-9}}; F(x) = \frac{2}{7} \sqrt{7x-9} + C;$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{1}{(7x-3)^2}; F(x) = -\frac{1}{7(7x-3)} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{42-3x}}; F(x) = -\frac{2}{3} \sqrt{42-3x} + C.$$

48.11.

$$\text{a) } f(x) = \sin 2x \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \cdot (-\cos 2x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$$

$$6) f(x) = e^{2x-5} - \cos 3x \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2}e^{2x-5} - \frac{1}{3}\sin 3x$$

$$B) f(x) = \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} \Rightarrow F(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2} \cdot 2 = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$r) f(x) = \sqrt[3]{3x-1} + \frac{1}{2-7x} \Rightarrow$$

$$F(x) = \frac{3}{4}(3x-1)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{1}{3} + \ln(2-7x) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = \frac{1}{4}(3x-1)^{\frac{4}{3}} - \frac{1}{7}\ln|2-7x|$$

$$48.12 (1003), a) y = \sin x, M\left(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{4}\right);$$

$$Y = -\cos x + C; \frac{1}{4} = -\frac{1}{2} + C; C = \frac{1}{4}; Y = -\cos x + \frac{3}{4}$$

$$6) y = \frac{1}{\cos^2 x}, M\left(\frac{\pi}{4}; -1\right); Y = \operatorname{tg} x + C; -1 = 1 + C; C = -2; Y = \operatorname{tg} x - 2$$

$$B) y = \cos x, M\left(\frac{\pi}{6}; 1\right); Y = \sin x + C; 1 = \frac{1}{2} + C; C = \frac{1}{2}; Y = \frac{1}{2} + \sin x.$$

$$r) y = \frac{1}{\sin^2(x/3)}, M\left(\frac{3\pi}{4}; 0\right); Y = -3 \operatorname{ctg} \frac{x}{3} + C; 0 = -3 + C; C = 3;$$

$$Y = -3 \operatorname{ctg} \frac{x}{3} + 3.$$

$$48.13 (1004). v = 1 + 2t; s(t) = t + t^2 + C; 5 = 2 + 4 + C; C = -1;$$

$$s(t) = t^2 + t - 1.$$

$$48.14 (1005). v = -4 \sin 3t; s(t) = \frac{4}{3} \cos 3t + C; 2 = \frac{4}{3} + C; C = \frac{2}{3};$$

$$s(t) = \frac{4}{3} \cos 3t + \frac{2}{3}.$$

$$48.15 (1010). v = \frac{6}{\sqrt{2t+1}}; s(t) = 6\sqrt{2t+1} + C; s(0) = 6 + C = 3; C = -3;$$

$$s(t) = 6\sqrt{2t+1} - 3.$$

$$48.16 (1011). a(t) = 2(t+1)^2; v(t) = \frac{2}{3}(t+1)^3 + C; v(0) = \frac{2}{3} + C_1 = 1; C_1 = \frac{1}{3},$$

$$v(t) = \frac{2}{3}(t+1)^3 + \frac{1}{3}; s(t) = \frac{1}{6}(t+1)^4 + \frac{1}{3}t + C_2; s(0) = \frac{1}{6} + C_2 = 1; C_2 = \frac{5}{6},$$

$$s(t) = \frac{1}{6}(t+1)^4 + \frac{1}{3}t + \frac{5}{6}.$$

$$48.17 (1013). a) g(x) = 8 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 4 \sin x; \quad M\left(\frac{\pi}{2}; 3\right);$$

$$G(x) = -4 \cos x + C; \quad C = 3; \quad G(x) = -4 \cos x + 3.$$

$$b) g(x) = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 = \cos x, \quad M\left(\frac{\pi}{2}; 16\right);$$

$$G(x) = \sin x + C; \quad 16 = 1 + C; \quad C = 15; \quad G(x) = \sin x + 15.$$

$$b) g(x) = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \cos x, \quad M(0; 7);$$

$$G(x) = \sin x + C; \quad 7 = 0 + C; \quad G(x) = \sin x + 7.$$

$$r) g(x) = 1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} = \cos x, \quad M\left(\frac{\pi}{2}; 15\right);$$

$$G(x) = \sin x + C; \quad 15 = 1 + C; \quad C = 14; \quad G(x) = \sin x + 14.$$

$$1014 (c). a) \int (\operatorname{tg}^2 x + 1) dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C.$$

$$b) \int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int \cos 2x = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

$$b) \int (\operatorname{ctg}^2 x + 1) dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C.$$

$$r) \int \sin x \cos x dx = \int \frac{1}{2} \sin 2x dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + C.$$

$$1015 (c). a) \int \sin 2x \sin 6x dx = \int \frac{1}{2} (\cos 4x - \cos 8x) dx = \frac{1}{8} \sin 4x - \frac{1}{16} \sin 8x + C$$

$$b) \int \sin 4x \cos 3x dx = \int \frac{1}{2} (\sin 7x + \sin x) dx = -\frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{14} \cos 7x + C.$$

$$b) \int \cos 3x \cos 5x dx = \int \frac{1}{2} (\cos 8x + \cos 2x) dx = \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{16} \sin 8x + C.$$

$$r) \int \sin 2x \cos 8x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 10x - \sin 6x) dx = -\frac{1}{20} \cos 10x + \frac{1}{12} \cos 6x + C$$

$$1016 (c). a) \int \sin^2 x dx = \int \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \right) dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C.$$

$$b) \int \sin^4 x dx = \int \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \right)^2 dx = \int \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \cos^2 2x \right) dx =$$

$$= \int \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cos 4x \right) dx = \frac{1}{4} x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} x + \frac{1}{32} \sin 4x + C =$$

$$= \frac{3x}{8} - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C.$$

$$b) \int \cos^2 x dx = \int \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x \right) dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$$

$$r) \int \cos^4 x dx = \int \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cos 4x \right) dx = \frac{3x}{8} + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C.$$

$$1017 \text{ (c). a) } \int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx =$$

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + C = -2 \operatorname{ctg} 2x + C.$$

$$b) \int \frac{\cos 2x dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = -\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x + C =$$

$$= -\frac{2}{\sin 2x} + C.$$

$$48.48 \text{ (1018). a) } f(x) = 2x + 3; \quad F(x) = x^2 + 3x + C;$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3/2; \quad F(-3/2) = 9/4 - 9/2 + C = 0;$$

$$C = 9/4; \quad F(x) = x^2 + 3x + 9/4.$$

$$b) f(x) = 12(3x - 1)^3; \quad F(x) = (3x - 1)^4 + C;$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1/3; \quad F(1/3) = C = 0; \quad F(x) = (3x - 1)^4.$$

$$1019 \text{ (c). a) } f(x) = 2x, \quad y = x + 2,$$

$$F(x) = x^2 + C; \quad y = x_0^2 + C + 2x_0(x - x_0) = 2xx_0 - x_0^2 + C;$$

$$2x_0 = 1; \quad x_0 = 1/2; \quad y = x - \frac{1}{4} + C = x + 2; \quad C = \frac{9}{4}; \quad F(x) = x^2 + \frac{9}{4}.$$

$$b) f(x) = 3x^3, \quad y = 3x + 2; \quad F(x) = 3/4 x^4 + C;$$

$$y = 3/4 x_0^4 + C + 3x_0^3(x - x_0) = 3x_0^3 x - 2 \frac{1}{4} x_0^4 + C;$$

$$3x_0^3 = 3; \quad x_0 = 1; \quad y = 3x - (9/4) + C = 3x + 2; \quad C = \frac{17}{4}; \quad F(x) = \frac{3}{4} x^4 + \frac{17}{4}.$$

$$48.19 \text{ (1020). } y = 3 \cos 3x + 6 \sin 6x; \quad Y = \sin 3x - \cos 6x + C;$$

$$6 = \sin \frac{3\pi}{2} - \cos 3\pi + C; \quad 6 = -1 + 1 + C; \quad C = 6;$$

$$Y = \sin 3x - \cos 6x + 6;$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{3x^6 - 4x^5 - 7x^4 + 3x^2}{x^4} dx = \int_{-2}^{-1} \left(3x^2 - 4x - 7 + \frac{3}{x^2} \right) dx =;$$

48.20.

$$a) f(x) = 2x, \quad y = x + 2, \quad F(x) = x^2 + C;$$

$$y = x_0^2 + C + 2x_0(x - x_0) = 2xx_0 - x_0^2 + C; \quad 2x_0 = 1; \quad x_0 = 1/2;$$

$$y = x - \frac{1}{4} + C = x + 2; \quad C = \frac{9}{4}; \quad F(x) = x^2 + \frac{9}{4}.$$

$$6) f(x) = 3x^3, y = 3x + 4,75$$

$$F(x) = \frac{3}{4}x^4 + c$$

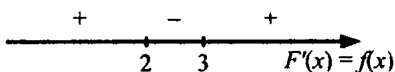
$$y = \frac{3}{4}x_0^4 + c + 3x_0^3(x - x_0) = 3x_0^3x - 2\frac{1}{4}x_0^4 + c \quad 3x_0^3 = 3 \Rightarrow x_0 = 1,$$

$$y = 3x - 2,25 + c = 3x + 4,75 \Rightarrow c = 7 \quad F(x) = \frac{3}{4}x^4 + 7$$

48.21.

$$a) f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x-1}} \quad y = F(x), F'(x) = 0 \Rightarrow x \text{ — точка экстремума}$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{(x-2)(x-3)}{\sqrt{x-1}} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=2 \\ x=3 \end{matrix}$$

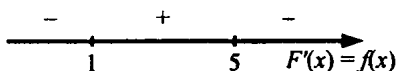


$\Rightarrow x = 2$ — max, $x = 3$ — min

$$6) f(x) = (25x - x^3) \ln x \quad y = F(x)$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow x(25 - x^2) \ln x = 0 \Rightarrow$$

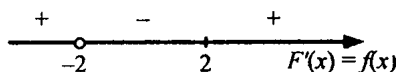
$\Rightarrow x = 1$ и $x = 5$, т.к. $x > 0$.



$\Rightarrow x = 1$ — min, $x = 5$ — max

$$b) f(x) = \frac{3x-6}{\sqrt[3]{2x+4}} \quad y = F(x)$$

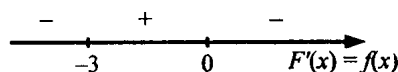
$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3(x-2)}{\sqrt[3]{2(x+2)}} = 0 \Rightarrow x = 2$$



$\Rightarrow x = 2$ — min

$$r) f(x) = \frac{x^3 - 9x}{\sqrt[4]{2-x}} \quad y = F(x)$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x(x^2 - 9)}{\sqrt[4]{2-x}} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=0 \\ x=-3 \end{matrix} \text{, т.к. } x < 2$$



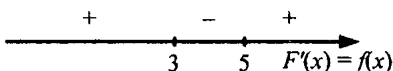
$\Rightarrow x = -3$ — min, $x = 0$ — max.

48.22.

a) $f(x) = (2x - 10)\sqrt{x - 3}$; $a = 3,3$; $b = 4,1$;

$y = F(x)$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow (2x - 10)\sqrt{x - 3} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x = 3 \\ x = 5 \end{matrix}$$

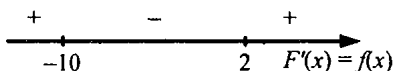


$\Rightarrow F(x)$ — убывает на $(3; 5] \Rightarrow F(3,3) > F(4,1)$

б) $f(x) = (3x + 60)\sqrt[3]{2x - 4}$; $a = 15$; $b = 17$

$y = F(x)$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x + 10)\sqrt[3]{2(x - 2)} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x = 2 \\ x = -10 \end{matrix}$$



$\Rightarrow F(x)$ — возрастает на $[2; +\infty) \Rightarrow F(17) > F(15)$

§ 49. Определенный интеграл

49.1 (1021). а) $\int_{-\frac{2}{3}}^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_{-\frac{2}{3}}^1 = \frac{1}{4} - \frac{16}{81 \cdot 4} = \frac{1}{4} - \frac{4}{81} = \frac{65}{324}$.

б) $\int_1^3 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} \Big|_1^3 = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$.

в) $\int_{-1}^2 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^2 = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} = \frac{33}{5}$.

г) $\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} \Big|_4^9 = 6 - 4 = 2$.

49.2 (1022). а) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 1$.

б) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 + 1 = 2$

в) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 + 1 = 2$.

г) $S(3) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{7t+4}} dt = \frac{2}{7} \sqrt{7t+4} \Big|_0^3 = \frac{10}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6}{7}$.

49.3.

$$a) \int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1$$

$$b) \int_{-1}^1 3e^x dx = 3e^x \Big|_{-1}^1 = 3 \left(e - \frac{1}{e} \right)$$

$$b) \int_{-1}^0 \frac{1}{2} e^x dx = \frac{1}{2} e^x \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{e} \right)$$

$$r) \int_{-2}^1 -2e^x dx = -2e^x \Big|_{-2}^1 = -2 \left(e - \frac{1}{e^2} \right)$$

49.4.

$$a) \int_0^4 e^{0,5x-1} dx = 2e^{0,5x-1} \Big|_0^4 = 2 \left(e - \frac{1}{e} \right)$$

$$b) \int_{-1}^1 e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{2} \left(e^3 - \frac{1}{e} \right)$$

$$b) \int_{-4}^4 e^{0,25x+1} dx = 4e^{0,25x+1} \Big|_{-4}^4 = 4 \left(e^2 - 1 \right)$$

$$r) \int_{-0,5}^0 e^{-2x+2} dx = -\frac{1}{2} e^{-2x+2} \Big|_{-0,5}^0 = -\frac{1}{2} \left(e^2 - e^3 \right)$$

49.5.

$$a) \int_{-1}^0 \sqrt[3]{1-2x} dx \Big|_{y=1-2x} = -\frac{1}{2} \int_3^1 \frac{1}{3} y^{\frac{1}{3}} dy = \frac{3}{8} y^{\frac{4}{3}} \Big|_1^3 = \frac{3}{8} \left(3^{\frac{4}{3}} - 1 \right)$$

$$b) \int_4^5 \frac{1}{(x-3)^3} dx = -\frac{1}{2} \frac{1}{(x-3)^2} \Big|_4^5 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - 1 \right) = \frac{3}{8}$$

$$b) \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{11}{3}} 5\sqrt[5]{3x-1} dx \Big|_{y=3x-1} = \frac{5}{3} \int_1^{32} \frac{1}{5} y^{\frac{1}{5}} dy = \frac{25}{18} y^{\frac{6}{5}} \Big|_1^{32} = \frac{25}{18} (2^6 - 1) = 87,5$$

$$r) \int_2^3 (5x-7)^{-\frac{2}{3}} dx \Big|_{y=5x-7} = \frac{1}{5} \int_3^8 \frac{2}{3} y^{-\frac{2}{3}} dy = \frac{3}{5} y^{\frac{1}{3}} \Big|_3^8 = \frac{3}{5} (2 - \sqrt[3]{3})$$

49.6.

$$a) \int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^2 = \ln 2$$

$$b) \int_1^2 \left(e^x + \frac{1}{x} \right) dx = (e^x + \ln x) \Big|_1^2 = e^2 - e + \ln 2$$

$$b) \int_0^1 \frac{0,1}{x+1} dx = 0,1 \ln(x+1) \Big|_0^1 = \frac{\ln 2}{10}$$

$$r) \int_1^2 \left(e^{2x} + \frac{2}{x} \right) dx = \left(\frac{1}{2} e^{2x} + 2 \ln x \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{2} (e^4 - e^2) + 2 \ln 2$$

49.7.

$$a) \int_3^6 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln(2x-1) \Big|_3^6 = \frac{1}{2} \ln \frac{11}{5}$$

$$b) \int_{-1}^0 \frac{dx}{-5x+6} \Big|_{y=-x} = \int_0^1 \frac{dy}{5y+6} = \frac{1}{5} \ln(5y+6) \Big|_0^1 = \frac{1}{5} \ln \frac{11}{6}$$

$$b) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{4x+1} = \frac{1}{4} \ln(4x+1) \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \ln 3$$

$$r) \int_5^8 \frac{dx}{9-x} \Big|_{y=9-x} = \int_1^4 \frac{dy}{y} = \ln y \Big|_1^4 = \ln 4$$

$$1023 \text{ (c). a) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}.$$

$$b) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{5}{\sin^2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right)} dx = -5 \operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = -5 \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3} + 5 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}.$$

$$b) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2 \sin \frac{x}{3} dx = -6 \cos \frac{x}{3} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = -3 + 3\sqrt{3}.$$

$$r) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{7}{\cos^2 3x} dx = \frac{7}{3} \operatorname{tg} 3x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = 0 + \frac{7}{3} = \frac{7}{3}.$$

$$1024 \text{ (c). a) } \left| \int_0^3 \frac{1}{(x+3)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{x+3} \Big|_0^3 \right| = -\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$b) \left| \int_0^2 (-x^2 + 6x) dx \right| = \left| \left(-\frac{x^3}{3} + 3x^2 \right) \Big|_0^2 \right| = -\frac{8}{3} + 12 = \frac{28}{3}.$$

$$1025 \text{ (c). a) } \left| \int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{2(2x+1)} \Big|_0^1 \right| = -\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}. \int \left(4x^3 - 3x^2 + x - \frac{1}{x^2} \right) dx =$$

$$= \left(x^4 - x^3 + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = 16 - 8 + 2 + \frac{1}{2} - 1 + 1 - \frac{1}{2} - 1 = 9$$

$$6) \int_{-2}^{-1} \frac{5x^7 - 4x^6 + 2x}{x^3} dx = \int_{-2}^{-1} \left(5x^4 - 4x^3 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \left(x^5 - x^4 - \frac{2}{x} \right) \Big|_{-2}^{-1} =$$

$$= -1 - 1 + 2 + 32 + 16 - 1 = 47$$

$$b) \int_2^3 \frac{6x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 1}{x^2} dx = \int_2^3 \left(6x^2 - 4x + 7 - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(2x^3 - 2x^2 + 7x + \frac{1}{x} \right) \Big|_2^3 =$$

$$= 54 - 18 + 21 + \frac{1}{3} - 16 + 8 - 14 - \frac{1}{2} = 34\frac{5}{6}.$$

$$r) \int_{-2}^{-1} \frac{3x^6 - 4x^5 - 7x^4 + 3x^2}{x^4} dx = \int_{-2}^{-1} \left(3x^2 - 4x - 7 + \frac{3}{x^2} \right) dx =$$

$$= \left(x^3 - 2x^2 - 7x - \frac{3}{x} \right) \Big|_{-2}^{-1} = -1 - 2 + 7 + 3 + 8 + 8 - 14 - \frac{3}{2} = 7,5.$$

$$49.8 \text{ (1026). a) } v(t) = 3t^2 - 4t + 1; S(3) = \int_0^3 (3t^2 - 4t + 1) dt = t^3 - 2t^2 + t \Big|_0^3 =$$

$$= 27 - 18 + 3 = 12.$$

$$6) v(t) = \frac{1}{\sqrt{5t+1}}; S(3) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{5t+1}} dt = \frac{2}{5} \sqrt{5t+1} \Big|_0^3 = \frac{8}{5} - \frac{2}{5} = \frac{6}{5}.$$

$$b) v(t) = 4t^3 - 6t^2; S(3) = \int_0^3 (4t^3 - 6t^2) dt = t^4 - 2t^3 \Big|_0^3 = 81 - 54 = 27$$

$$r) v(t) = \frac{1}{\sqrt{7t+4}}; S(3) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{7t+4}} dt = \frac{2}{7} \sqrt{7t+4} \Big|_0^3 = \frac{10}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6}{7}.$$

$$49.9 \text{ (1027). a) } \rho(x) = x^2 - x + 1, l = 6; \left| \int_0^6 (x^2 - x + 1) dx \right| = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^6 =$$

$$= \frac{216}{3} - \frac{36}{2} + 6 = 60.$$

$$6) \rho(x) = \frac{1}{(x+3)^2}, l = 3; \left| \int_0^3 \frac{1}{(x+3)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{x+3} \Big|_0^3 \right| = -\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$b) \rho(x) = -x^2 + 6x, l = 2; \left| \int_0^2 (-x^2 + 6x) dx \right| = \left| \left(-\frac{x^3}{3} + 3x^2 \right) \Big|_0^2 \right| = -\frac{8}{3} + 12 = \frac{28}{3}.$$

$$r) \rho(x) = \frac{1}{(2x+1)^2}, l = 1; \left| \int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{2(2x+1)} \Big|_0^1 \right| = -\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

$$49.10 (1028). a) \int_{-2}^3 f(x) dx = 2 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{(4+1)}{2} = 9,5.$$

$$b) \int_{-2}^3 f(x) dx = 3 \cdot \frac{3}{2} + \frac{2 \cdot 2}{2} = 6,5.$$

$$49.11 (1029). a) y = x^2, y = 0, x = 4; S = \int_0^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^4 = \frac{64}{3}.$$

$$b) y = x^3, y = 0, x = -3, x = 1;$$

$$S = -\int_{-3}^0 x^3 dx + \int_0^1 x^3 dx = -\frac{x^4}{4} \Big|_{-3}^0 + \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = \frac{41}{2}.$$

$$b) y = x^2, y = 0, x = -3; S = \int_{-3}^0 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-3}^0 = 9.$$

$$r) y = x^4, y = 0, x = -1, x = 2; S = \int_{-1}^2 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^2 = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} = \frac{33}{5}.$$

$$49.12. a) y = x^3 + 2, y = 0, x = 0, x = 2; S = \int_0^2 (x^3 + 2) dx = \left(\frac{x^4}{4} + 2x \right) \Big|_0^2 = 8.$$

$$b) y = -x^2 + 4x, y = 0; S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3}$$

$$1030 (c). a) y = x^3 + 2, y = 0, x = 0, x = 2; S = \int_0^2 (x^3 + 2) dx = \left(\frac{x^4}{4} + 2x \right) \Big|_0^2 = 8.$$

$$b) y = -x^2 + 4x, y = 0; S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3}.$$

$$b) y = 4 - x^2, y = 0; S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}.$$

$$r) y = -x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = -2; S = \int_{-2}^0 (-x^3 + 1) dx = \left(-\frac{x^4}{4} + x \right) \Big|_{-2}^0 = 4 + 2 = 6$$

$$49.13. a) y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = 2; S = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}.$$

$$б) y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = 9; S = \int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_1^9 = 6 - 2 = 4.$$

$$1031 (c). a) y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = 2; S = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}.$$

$$б) y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = 9; S = \int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_1^9 = 6 - 2 = 4.$$

$$в) y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = 4; S = \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_1^4 = 4 - 2 = 2.$$

$$r) y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = -1, x = -3; S = \int_{-3}^{-1} \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_{-3}^{-1} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$49.14 (1032). a) y = \sin x, y = 0, x = \frac{\pi}{2}; S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

$$б) y = \cos 2x, y = 0, x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{3};$$

$$S = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$в) y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}; S = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}.$$

$$r) y = \sin \frac{x}{2}, y = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi; S = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \sqrt{2}.$$

$$49.15. a) y = 1 + \frac{1}{2} \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2};$$

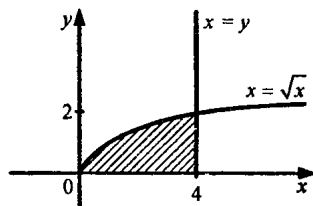
$$S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \frac{1}{2} \cos x \right) dx = \left(x + \frac{1}{2} \sin x \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} = \pi + 1$$

6) $y = 1 - \sin 2x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$;

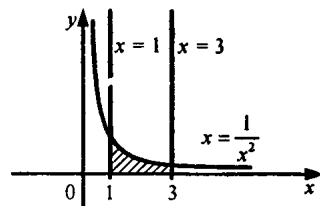
$$S = \int_0^{\pi} (1 - \sin 2x) dx = \left(x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) \Big|_0^{\pi} = \pi + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \pi.$$

49.16.

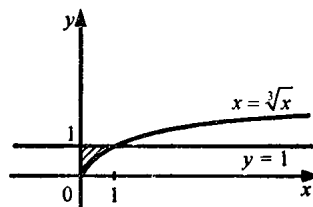
a) $\int_0^4 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 = \frac{16}{3}$



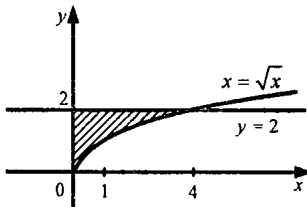
б) $\int_1^3 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} \Big|_1^3 = \frac{2}{3}$



в) $\int_0^1 (1 - \sqrt[3]{x}) dx = \left(x - \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$

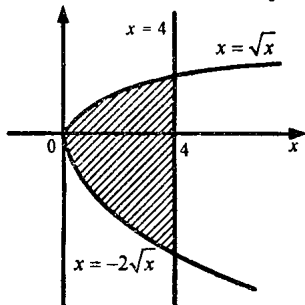


г) $\int_0^4 (2 - \sqrt{x}) dx = \left(2x - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right) = \frac{8}{3}$

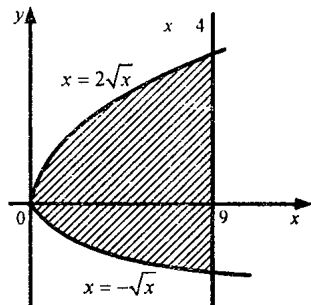


49.17.

a) $\int_0^4 (\sqrt{x} + 2\sqrt{x}) dx = 2x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 = 16$



б) $\int_0^9 (2\sqrt{x} + \sqrt{x}) dx = 2x^{\frac{3}{2}} = 54$



49.18.

a) $\int_0^3 e^x dx = e^x \Big|_0^3 = e^3 - 1$

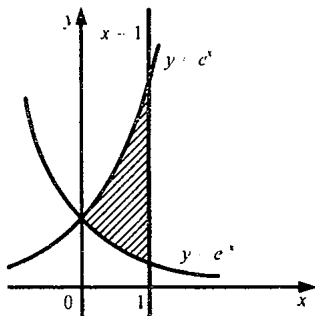
б) $\int_0^4 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^4 = 1 - e^{-4}$

$$b) \int_{-1}^1 e^x dx = e^x \Big|_{-1}^1 = e - \frac{1}{e}$$

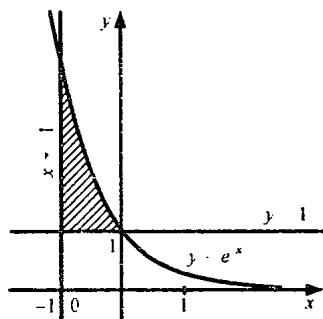
$$1) \int_{-2}^0 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_{-2}^0 = e^2 - 1$$

49.19.

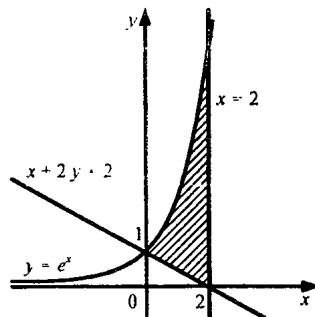
$$a) \int_0^1 (e^x - e^{-x}) dx = (e^x + e^{-x}) \Big|_0^1 = e + \frac{1}{e} - 2 = \frac{(e-1)^2}{e}$$



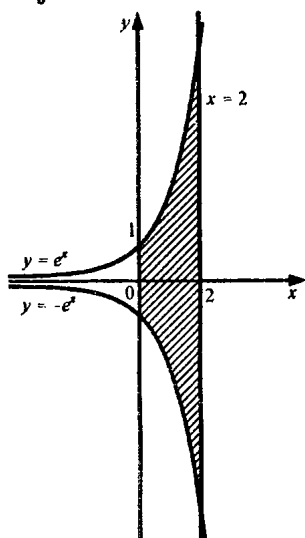
$$b) \int_{-1}^0 (e^{-x} - 1) dx = (-e^{-x} - x) \Big|_{-1}^0 = e - 2$$



$$b) \int_0^2 \left(e^x + \frac{1}{2}x - 1 \right) dx = \left(e^x + \frac{1}{4}x^2 - x \right) \Big|_0^2 = e^2 - 2$$



$$r) \int_0^2 (e^x + e^{-x}) dx = 2e^x \Big|_0^2 = 2(e^2 - 1)$$



49.20.

$$a) \int_1^e \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^e = 1$$

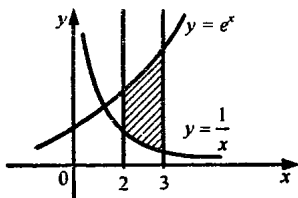
$$b) \int_1^3 \frac{dx}{2x+3} = \frac{1}{2} \ln(2x+3) \Big|_1^3 = \ln 3$$

$$b) \int_e^{e^2} \frac{2dx}{x} = 2 \ln x \Big|_e^{e^2} = 2$$

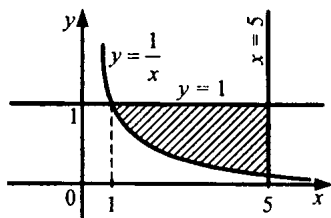
$$r) \int_2^5 \frac{dx}{3x-5} = \frac{1}{3} \ln(3x-5) \Big|_2^5 = \frac{1}{3} \ln 10$$

49.21.

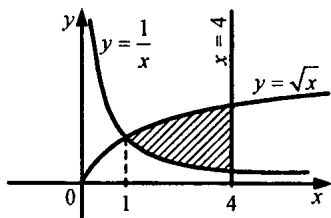
$$a) \int_2^3 \left(e^x - \frac{1}{x} \right) dx = \left(e^x - \ln x \right) \Big|_2^3 = e^3 - e^2 - \ln \frac{3}{2}$$



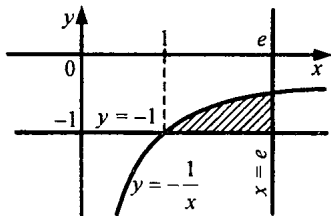
$$6) \int_1^5 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = (x - \ln x) \Big|_1^5 = 4 - \ln 5$$



$$B) \int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) dx = \left(\frac{2}{3}x^{3/2} - \ln x\right) \Big|_1^4 = 4^{3/2} - \ln 4$$



$$r) \int_1^e \left(-\frac{1}{x} + 1\right) dx = (x - \ln x) \Big|_1^e = e - 2$$



$$1033 \text{ (c). a) } y = 1 + \frac{1}{2} \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2};$$

$$S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \frac{1}{2} \cos x\right) dx = \left(x + \frac{1}{2} \sin x\right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} = \pi + 1$$

$$b) y = 1 - \sin 2x, y = 0, x = 0, x = \pi;$$

$$S = \int_0^{\pi} (1 - \sin 2x) dx = \left(x + \frac{1}{2} \cos 2x\right) \Big|_0^{\pi} = \pi + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \pi.$$

$$b) y = 2 - 2\sin x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2};$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 - 2\sin x) dx = (2x + 2\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi - 2.$$

$$r) y = 2 + \cos \frac{x}{2}, y = 0, x = 0, x = \frac{2\pi}{3};$$

$$S = \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \left(2 + \cos \frac{x}{2}\right) dx = \left(2x + 2\sin \frac{x}{2}\right) \Big|_0^{\frac{2\pi}{3}} = \frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}.$$

$$49.22 (1034). a) \int_0^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 4; S = 2 \cdot 8 - 4 = 12$$

$$b) S = \frac{\pi}{2} \cdot 1 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

$$b) S = 16 - \int_{-2}^2 x^2 dx = 16 - \frac{x^3}{3} \Big|_{-2}^2 = 16 - \frac{8}{3} - \frac{8}{3} = \frac{32}{3}$$

$$r) S = \int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = 1 + 1 = 2.$$

$$1035 (c). a) y = x, y = -0,5x + 5, x = -1, x = 3;$$

$$S = \int_{-1}^3 (-0,5x + 5) dx - \int_{-1}^3 x dx = \left(-\frac{1}{4}x^2 + 5x\right) \Big|_{-1}^3 - \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^3 = -\frac{9}{4} + 15 + \frac{1}{4} + 5 - \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = 14.$$

$$b) y = 2x, y = x - 2, x = 4;$$

$$S = \int_{-2}^4 2x dx - \int_{-2}^4 (x - 2) dx = x^2 \Big|_{-2}^4 - \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right) \Big|_{-2}^4 = 16 - 4 - 8 + 8 + 2 + 4 = 18.$$

$$b) y = -x, y = 3 - \frac{x}{4}, x = -2, x = 1;$$

$$S = \int_{-2}^1 \left(3 - \frac{x}{4}\right) dx - \int_{-2}^1 -x dx = \left(3x - \frac{x^2}{8}\right) \Big|_{-2}^1 - \left(-\frac{x^2}{2}\right) \Big|_{-2}^1 = 3 - \frac{1}{8} + 6 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 2 = 7\frac{7}{8}.$$

$$r) y = 1 - x \quad y = 3 - 2x \quad x = 0$$

$$S = \int_0^2 (3 - 2x) dx - \int_0^2 (1 - x) dx = (3x - x^2) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^2}{2} - x\right) \Big|_0^2 = 6 - 4 + 2 - 2 = 2$$

49.23 (1036). a) $y = 1 - x^2$, $y = -x - 1$. $1 - x^2 = -x - 1$. $x^2 - x - 2 = 0$. $x = -1$, $x = 2$.

$$S = \int_{-1}^2 (1 - x^2) dx + \left| \int_{-1}^2 (-1 - x) dx \right| - \left| \int_{-1}^2 (1 - x^2) dx \right| =$$

$$= \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 + \left| \left(-x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^2 - \left| \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 =$$

$$= 1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} + \left| 2 - 2 - \frac{1}{2} + 1 \right| - \left| 2 - \frac{8}{3} - 1 + \frac{1}{3} \right| = 2 - \frac{2}{3} + 5 - \frac{1}{2} - \frac{7}{3} + 1 = 4,5.$$

б) $y = x^2 - 3x + 2$, $y = x - 1$; $x^2 - 3x + 2 = x - 1$; $x^2 - 4x + 3 = 0$; $x = 3$, $x = 1$:

$$S = \int_1^3 (x - 1) dx - \int_1^3 (x^2 - 3x + 2) dx = \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x \right) \Big|_1^3 =$$

$$= \frac{9}{2} - 3 - \frac{1}{2} + 1 - 9 + \frac{27}{2} - 6 + \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2 = -15 + \frac{32}{2} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}.$$

в) $y = x^2 - 1$, $y = 2x + 2$; $x^2 - 1 = 2x + 2$; $x^2 - 2x - 3 = 0$; $x = 3$, $x = -1$:

$$S = \int_{-1}^3 (2x + 2) dx - \int_{-1}^3 (x^2 - 1) dx = (x^2 + 2x) \Big|_{-1}^3 - \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_{-1}^3 =$$

$$= 9 + 6 - 1 + 2 - 9 + 3 - \frac{1}{3} + 1 = 10\frac{2}{3}$$

г) $y = -x^2 + 2x + 3$, $y = 3 - x$; $-x^2 + 2x + 3 = 3 - x$; $-x^2 + 3x = 0$; $x = 0$, $x = 3$;

$$S = \int_0^3 (-x^2 + 2x + 3) dx - \int_0^3 (3 - x) dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 \right) \Big|_0^3 = -9 + \frac{27}{2} = 4,5$$

49.24. a) $y = x^2 - 4x$, $y = -(x - 4)^2$; $x^2 - 4x = -(x - 4)^2$; $x^2 - 4x = -x^2 + 8x - 16$;

$$2x^2 - 12x + 16 = 0, \quad x^2 - 6x + 8 = 0; \quad x = 2, \quad x = 4;$$

$$S = \int_2^4 (-(x - 4)^2) dx - \int_2^4 (x^2 - 4x) dx = -\frac{1}{3}(x - 4)^3 \Big|_2^4 - \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right) \Big|_2^4 =$$

$$= 0 - \frac{8}{3} - \frac{64}{3} + 32 + \frac{8}{3} - 8 = 24 - \frac{64}{3} = \frac{8}{3}$$

б) $y = x^2 + 2x - 3$, $y = -x^2 + 2x + 5$; $2x^2 - 8 = 0$; $x = \pm 2$;

$$S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 2x + 5) dx - \int_{-2}^2 (x^2 + 2x - 3) dx =$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 5x \right) \Big|_{-2}^2 - \left(\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x \right) \Big|_{-2}^2 =$$

$$= -\frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} - 4 + 6 - \frac{8}{3} + 4 + 6 = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3}.$$

49.25. a) $y = x^2 - 6x + 9$, $y = (x+1)(3-x)$; $(x-3)^2 = (x+1)(3-x)$;
 $(x-3)(x-3+x+1) = 0$; $x = 3$, $x = 1$;

$$S = \int_1^3 (x+1)(3-x) dx - \int_1^3 (x-3)^2 dx = \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 - \frac{1}{3} (x-3)^3 \Big|_1^3 =$$

$$= -9 + 9 + 9 + \frac{1}{3} - 1 - 3 - \frac{8}{3} = 5 - \frac{7}{3} = \frac{8}{3}.$$

b) $y = x^2 - 4x + 3$, $y = -x^2 + 6x - 5$; $x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 6x - 5$;
 $2x^2 - 10x + 8 = 0$; $x^2 - 5x + 4 = 0$; $x = 4$, $x = 1$;

$$S = \int_1^4 (-x^2 + 6x - 5) dx - \int_1^4 (x^2 - 4x + 3) dx =$$

$$= \int_1^4 (-2x^2 + 10x - 8) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x^2 - 4x \right) \Big|_1^4 =$$

$$= 2 \left(-\frac{64}{3} + 40 - 16 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4 \right) = 2(28 - 21 - 2,5) = 2 \cdot 7 - 2 \cdot \frac{5}{2} = 9.$$

1037 (c). a) $y = x^2 - 4x$, $y = -(x-4)^2$; $x^2 - 4x = -x^2 + 8x - 16$;
 $2x^2 - 12x + 16 = 0$; $x^2 - 6x + 8 = 0$; $x = 2$, $x = 4$;

$$S = \int_2^4 (-(x-4)^2) dx - \int_2^4 (x^2 - 4x) dx = -\frac{1}{3} (x-4)^3 \Big|_2^4 - \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right) \Big|_2^4 =$$

$$= 0 - \frac{8}{3} - \frac{64}{3} + 32 + \frac{8}{3} - 8 = 24 - \frac{64}{3} = \frac{8}{3}.$$

b) $y = x^2 + 2x - 3$, $y = -x^2 + 2x + 5$; $2x^2 - 8 = 0$; $x = \pm 2$,

$$S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 2x + 5) dx - \int_{-2}^2 (x^2 + 2x - 3) dx =$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 5x \right) \Big|_{-2}^2 - \left(\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x \right) \Big|_{-2}^2 =$$

$$= -\frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} - 4 + 6 - \frac{8}{3} + 4 + 6 = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3}$$

$$\text{в) } y = x^2 - 6x + 9, y = (x+1)(3-x); (x-3)^2 = (x+1)(3-x), \\ (x-3)(x-3+x+1) = 0. x = 3, x = 1.$$

$$S = \int_1^3 (x+1)(3-x) dx - \int_1^3 (x-3)^2 dx = \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 - \frac{1}{3} (x-3)^3 \Big|_1^3 = \\ = -9 + 9 + 9 + \frac{1}{3} - 1 - 3 - \frac{8}{3} = 5 - \frac{7}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\text{г) } y = x^2 - 4x + 3, y = -x^2 + 6x - 5; x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 6x - 5: \\ 2x^2 - 10x + 8 = 0, x^2 - 5x + 4 = 0. x = 4, x = 1:$$

$$S = \int_1^4 (-x^2 + 6x - 5) dx - \int_1^4 (x^2 - 4x + 3) dx = \\ = \int_1^4 (-2x^2 + 10x - 8) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x^2 - 4x \right) \Big|_1^4 = \\ = 2 \left(-\frac{64}{3} + 40 - 16 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4 \right) = 2(28 - 21 - 2.5) = 2 \cdot 7 - 2 \cdot \frac{5}{2} = 9.$$

$$1038 \text{ (c). a) } y = \cos x, y = -x, x = 0; x = \frac{\pi}{2}; \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1:$$

$$S = 1 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{8} + 1$$

$$\text{б) } y = \sin 2x, y = x - \frac{\pi}{2}, x = 0;$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{\pi^2}{8}.$$

$$\text{в) } y = \sin x, y = -x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}; S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 + \frac{\pi^2}{8}.$$

$$\text{г) } y = \cos \frac{x}{2}, y = x - \pi, x = 0, x = \pi; S = \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} dx + \pi \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} \Big|_0^{\pi} = 2 + \frac{\pi^2}{2}.$$

$$1039 \text{ (c). a) } \int_{-1}^0 \frac{(x^2-2x)(3-2x)}{x-2} dx = \int_{-1}^0 (3x-2x^2) dx = \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3 \right) \Big|_{-1}^0 = -\frac{3}{2} - \frac{2}{3} = -\frac{13}{6}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \int_2^3 \frac{(x^2-4)(x^2-1)}{x^2+x-2} dx &= \int_2^3 (x-2)(x+1) dx = \int_2^3 (x^2-x-2) dx = \\
 &= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_2^3 = 9 - \frac{9}{2} - 6 - \frac{8}{3} + 2 + 4 = 9 - \frac{9}{2} - \frac{8}{3} = \frac{11}{6}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \int_2^3 \frac{(x^2-3x+2)(2+x)}{x-1} dx &= \int_2^3 (x-2)(x+2) dx = \int_2^3 (x^2-4) dx = \\
 &= \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^3 = 9 - 12 - \frac{8}{3} + 8 = 5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{r)} \int_{-1}^1 \frac{(9-x^2)(x^2-16)}{x^2-7x+12} dx &= \int_{-1}^1 -(x+3)(x+4) dx = \int_{-1}^1 (-x^2-7x-12) dx = \\
 &= \left(-\frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} - 12x \right) \Big|_{-1}^1 = -\frac{1}{3} - \frac{7}{2} - 12 - \frac{1}{3} + \frac{7}{2} - 12 = -24 \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

$$\text{1040 (c). a) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cos 3x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 5x - \sin x) dx =$$

$$\left(\frac{-1}{10} \cos 5x + \frac{1}{2} \cos x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{10} - \frac{5}{10} = -0.4.$$

$$\text{b)} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) dx = \frac{1}{2} (x + \sin x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{3}{8} \pi - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 7x \cos 5x dx &= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos 12x + \cos 2x) dx = \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} \sin 12x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\sqrt{3}}{8}.
 \end{aligned}$$

$$\text{r)} \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 3x dx = \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 6x \right) dx = \left(\frac{1}{2} x - \frac{1}{12} \sin 6x \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi.$$

$$\text{1041 (c). a) } \int_{-2}^3 f(x) dx = 1 \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{2} - \frac{3 \cdot 3}{2} = -3.$$

$$\text{b)} \int_{-2}^3 f(x) dx = 1 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{2} - 1 + 2 = \frac{3}{2}.$$

$$1046 \text{ (c). a) } \int_{-2}^3 |x| dx = 2 \cdot \frac{2}{2} + 3 \cdot \frac{3}{2} = 6,5; \text{ б) } \int_0^5 |x-1| dx = 1 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{4}{2} = 8,5$$

$$1047 \text{ (c). a) } y = 2 \cos 3x - 3 \sin 2x + 6, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{6};$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (2 \cos 3x - 3 \sin 2x + 6) dx &= \left(\frac{2}{3} \sin 3x + \frac{3}{2} \cos 2x + 6x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \\ &= \frac{2}{3} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \pi = \pi - \frac{1}{12}. \end{aligned}$$

$$\text{б) } y = 2 \sin 4x + 3 \cos 2x + 7, y = 0, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4};$$

$$\begin{aligned} S &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} (2 \sin 4x + 3 \cos 2x + 7) dx = \left(-\frac{1}{2} \cos 4x + \frac{3}{2} \sin 2x + 7x \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} = \\ &= 2 + \frac{3}{2} + \frac{35\pi}{4} - 2 - \frac{3}{2} - \frac{7\pi}{4} = 7\pi. \end{aligned}$$

$$1048 \text{ (c). a) } y = x^3, y = 10 - x, x = 0; x^3 = 10 - x; x = 2;$$

$$S = \int_0^2 (10 - x) dx - \int_0^2 x^3 dx = \left(10x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^2 - \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 20 - 2 - 4 = 14.$$

$$\text{б) } y = x^3, y = 10 - x, y = 0; S = \int_0^2 x^3 dx + \int_2^{10} (10 - x) dx = 4 + 32 = 36.$$

$$\text{в) } y = -x^3, y = 5 + 4x, x = 0;$$

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^0 (5x + 4x) dx - \int_{-1}^0 (-x^3) dx = \int_{-1}^0 (5 + 4x) dx + \int_{-1}^0 x^3 dx = \\ &= (5x + 2x^2) \Big|_{-1}^0 + \frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^0 = 5 - 2 - \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\text{г) } y = -x^3, y = 5 + 4x, y = 0; -x^3 = 5 + 4x; x = -1;$$

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{5}{4}}^{-1} (5 + 4x) dx + \int_{-1}^0 -x^3 dx &= 5x + 2x^2 \Big|_{-\frac{5}{4}}^{-1} - \frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^0 = \\ &= -5 + 2 + \frac{25}{4} - \frac{25}{8} + \frac{1}{4} = -3 + \frac{27}{8} = \frac{3}{8}. \end{aligned}$$

1049 (с). а) $y = |x|$, $y = -|x| + 2$. Полученная фигура будет квадратом со стороной $\sqrt{2}$, его площадь равна 2, $S = 2$

б) $y = |x + 1|$, $y = -(x - 1)^2 + 2$; $|x + 1| = -(x - 1)^2 + 2$; $x + 1 = \pm(x - 1)^2 + 2$,
 $x = 0$, $x = 1$;

$$S = \int_0^1 \left(-(x-1)^2 + 2 \right) dx - \int_0^1 |x+1| dx = \left(-\frac{1}{3}(x-1)^3 + 2x \right) \Big|_0^1 - \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1 = 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{6}$$

в) $y = |x| - 2$, $y = \frac{x}{2}$; $|x| - 2 = \frac{x}{2}$; $x = \pm \frac{x}{2} + 2$; $x = 4$, $x = -\frac{4}{3}$;

$$S = \int_{-\frac{4}{3}}^4 \frac{x}{2} dx - \int_{-\frac{4}{3}}^0 (-x-2) dx - \int_0^4 (x-2)x dx = \frac{x^2}{4} \Big|_{-\frac{4}{3}}^4 + \left(\frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-\frac{4}{3}}^0 - \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^4 = 4 - \frac{4}{9} - \frac{8}{9} + \frac{8}{3} - 8 + 8 = 4 + \frac{4}{3} = 5\frac{1}{3}$$

г) $y = (x - 1)^2$, $y = -|x + 1| + 2$; $|x + 1| = 2 - (x - 1)^2$; $x + 1 = \pm 2 + (x - 1)^2$;
 $x = 0$, $x = 1$;

$$S = \int_0^1 \left(-|x+1| + 2 \right) dx - \int_0^1 (x-1)^2 dx = \left(-\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1 - \frac{1}{3}(x-1)^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

49.26 (1050). а) $y = 3 - x^2$, $y = 1 + |x|$; $3 - x^2 = 1 + |x|$. $x = \pm 1$,

$$S = 2 \cdot \left(\int_0^1 (3 - x^2) dx - \int_0^1 (1 + |x|) dx \right) = 2 \left(\left(3x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 - \left(x + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 \right) = 2 \left(\frac{8}{3} - \frac{3}{2} \right) = \frac{7}{3}$$

б) $y = x^2$, $y = 2 - |x|$; $x^2 = 2 - |x|$; $x = \pm 1$;

$$S = 2 \cdot \left(\int_0^1 (2 - |x|) dx - \int_0^1 x^2 dx \right) = 2 \left(2x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = 2 \cdot \left(2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{7}{3}$$

49.27 (1042). а) $f(x) = \begin{cases} x^2 & -3 \leq x \leq 2 \\ 6 - x & x > 2 \end{cases}$;

$$\int_{-3}^6 f(x) dx = \int_{-3}^2 x^2 dx + \int_2^6 (6 - x) dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-3}^2 + \left(6x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_2^6 = \frac{8}{3} + 9 + 36 - 18 - 12 + 2 = 17 + \frac{8}{3} = 19\frac{2}{3}$$

$$6) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & 0 < x \leq 1; \\ x^3 & x > 1 \end{cases};$$

$$\int_{\frac{1}{4}}^2 f(x) dx = \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx + \int_1^2 x^3 dx = 2\sqrt{x} \Big|_{\frac{1}{4}}^1 + \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = 2 - 1 + 4 - \frac{1}{4} = 4\frac{3}{4}.$$

$$49.28 (1043). a) \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx = \frac{1}{4} \pi r^2 = 4\pi; \quad 6) \int_{-5}^0 \sqrt{25-x^2} dx = \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{25\pi}{4}.$$

$$49.29 (1044). a) \int_0^4 \sqrt{4x-x^2} dx = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot 4\pi = 2\pi; \quad 6) \int_{-1}^0 \sqrt{-x^2-2x} dx = \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{\pi}{4}$$

$$49.30 (1045). a) \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4-x^2} dx = \pi r^2 \cdot \frac{45}{360} + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{2} + 1;$$

$$6) \int_{-1}^4 \sqrt{64-x^2} dx = \pi r^2 \cdot \frac{60}{360} + 4 \cdot 8 \sin 60^\circ = \frac{32}{3} \pi + 16\sqrt{3}$$

$$49.31 (1052). a) S = \int_{-1}^2 (2x-x^2) dx - \int_{-1}^2 (x-2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 - \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-1}^2 =$$

$$= 4 - \frac{8}{3} - 1 - \frac{1}{3} - 2 + 4 + \frac{1}{2} + 2 = 7 - 3 + \frac{1}{2} = 4,5.$$

$$6) S = \int_{-1}^2 (1-x) dx - \int_{-1}^2 ((x-1)^2 - 2) dx = \left(x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^2 - \left(\frac{x^3}{3} - x^2 - x \right) \Big|_{-1}^2 =$$

$$= 2 - 2 + 1 + \frac{1}{2} - \frac{8}{3} + 4 + 2 - \frac{1}{3} - 1 + 1 = 4,5.$$

$$49.32 (1051). a) y = \sin 2x, y = \frac{16x^2}{\pi^2}; \quad \sin 2x = \frac{16x^2}{\pi^2}; \quad x = \frac{\pi}{4} \quad x = 0;$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{16x^2}{\pi^2} dx = -\frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{16}{\pi^2} \left(\frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{16}{\pi^2} \cdot \frac{\pi^3}{64 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{12} = \frac{6-\pi}{12}$$

$$6) y = x^2 - 1, y = \cos \frac{\pi x}{2}; \quad x^2 - 1 = \cos \frac{\pi x}{2}; \quad x = \pm 1;$$

$$S = \int_{-1}^1 \cos \frac{\pi}{2} x dx - \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx = \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi}{2} x \Big|_{-1}^1 - \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_{-1}^1 =$$

$$= \frac{2}{\pi} + \frac{2}{\pi} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{\pi} + \frac{4}{3}.$$

в) $y = \cos x$, $y = \left(\frac{2x}{\pi} - 1 \right)^2$; $\cos x = \left(\frac{2x}{\pi} - 1 \right)^2$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$,

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{2x}{\pi} - 1 \right)^2 dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{\pi}{3 \cdot 2} \left(\frac{2x}{\pi} - 1 \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - \frac{\pi}{6}$$

г) $y = x^2 - 2x$, $y = \sin \frac{\pi x}{2}$; $x^2 - 2x = \sin \frac{\pi x}{2}$; $x = 0$, $x = 2$;

$$S = \int_0^2 \sin \frac{\pi}{2} x dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx = -\frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi}{2} x \Big|_0^2 - \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 =$$

$$= \frac{2}{\pi} + \frac{2}{\pi} - \frac{8}{3} + 4 = \frac{4}{\pi} + \frac{4}{3}.$$

1053 (c). а) $\int_{\frac{1}{4}}^x \frac{dt}{\sqrt{t}} = x$; $2\sqrt{t} \Big|_{\frac{1}{4}}^x = x$; $2\sqrt{x} - 1 = x$; $4x = x^2 + 2x + 1$,

$$x^2 - 2x + 1 = 0; x = 1.$$

б) $\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{2t+4}} = 2$; $\sqrt{2t+4} \Big|_0^x = 2$; $\sqrt{2x+4} = 4$; $x = 6$.

в) $\int_5^x \frac{dt}{\sqrt{2t-1}} = x - 11$; $\sqrt{2t-1} \Big|_5^x = x - 11$; $\sqrt{2x-1} - 3 = x - 11$, $\sqrt{2x-1} = x - 8$,

$$\begin{cases} 2x - 1 = x^2 - 16x + 64 \\ x \geq 8 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - 18x + 65 = 0 \\ x \geq 8 \end{cases}; x = 9 + 4 = 13;$$

$x = 9 - 4 = 5$ — не подходит, т.к. $x \geq 8$; $x = 13$.

г) $\int_2^x \frac{dt}{\sqrt{t+2}} = 2$; $2\sqrt{t+2} \Big|_2^x = 2$; $2\sqrt{x+2} = 6$; $x = 7$.

1054 (c). а) $\int_0^x \cos^2 t dt = \frac{x}{2}$; $\int_0^x \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2t \right) dt = \frac{x}{2}$; $\left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{4} \sin 2t \right) \Big|_0^x = \frac{x}{2}$,

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x = \frac{x}{2}; x = \frac{\pi n}{2}.$$

$$6) \int_0^x \cos 2t dt + \int_{\frac{\pi}{4}}^x \sin 2t dt = 0; \frac{1}{2} \sin 2t \Big|_0^x - \frac{1}{2} \cos 2t \Big|_{\frac{\pi}{4}}^x = 0;$$

$$\sin 2x - \cos 2x = 0; \operatorname{tg} 2x = 1; x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}.$$

$$B) 2 \int_0^x \sin^2 t dt = x; \int_0^x (1 - \cos 2t) dt = x; \left(t - \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^x = x;$$

$$x - \frac{1}{2} \sin 2x = x; x = \frac{\pi n}{2}.$$

$$r) \int_0^x (2 \cos 2t + 6 \cos 6t) dt = 0; (\sin 2t + \sin 6t) \Big|_0^x = 0; \sin 2x + \sin 6x = 0;$$

$$\sin 4x \cos 2x = 0; \sin 4x = 0; x = \frac{\pi n}{4}; \cos 2x = 0; x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; x = \frac{\pi n}{4}.$$

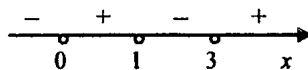
$$1055 \text{ (c). a) } \int_0^x t dt < \frac{1}{2}; \frac{t^2}{2} \Big|_0^x < \frac{1}{2}; x^2 < 1; x \in (-1; 1).$$

$$6) \int_0^x (3t^2 - 8t + 3) dt > 0; (t^3 - 4t^2 + 3t) \Big|_0^x > 0;$$

$$x^3 - 4x^2 + 3x > 0;$$

$$x(x-1)(x-3) > 0;$$

$$x \in (0; 1) \cup (3; +\infty).$$



$$B) \int_0^x t^3 dt < \frac{1}{4}; \frac{t^4}{4} \Big|_0^x < \frac{1}{4}; x^4 < 1; x \in (-1; 1).$$

$$r) \int_0^x (2t + 5) dt > 6; (t^2 + 5t) \Big|_0^x > 6; x^2 + 5x - 6 > 0; (x-1)(x+6) > 0;$$

$$x \in (-\infty; -6) \cup (1; +\infty).$$

$$1056 \text{ (c). a) } \int_0^x \sin t dt < \frac{1}{2}; -\cos t \Big|_0^x < \frac{1}{2}; -\cos x + 1 < \frac{1}{2}; \cos x > \frac{1}{2};$$

$$x \in \left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n \right).$$

$$6) \int_{\frac{\pi}{2}}^x \cos 2t dt > \frac{1}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2} \sin 2t \Big|_{\frac{\pi}{2}}^x > \frac{1}{2\sqrt{2}}; \sin 2x > \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$2x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \right); \quad x \in \left(\frac{\pi}{8} + \pi n; \frac{3\pi}{8} + \pi n \right).$$

$$\text{в) } \int_0^x \cos t dt < \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \sin t \Big|_0^x < \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad x \in \left(-\frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n \right)$$

$$\text{г) } \int_{\pi}^x \sin \frac{t}{2} dt > \sqrt{3}; \quad -2 \cos \frac{t}{2} \Big|_{\pi}^x > \sqrt{3}; \quad -\cos \frac{x}{2} > \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos \frac{x}{2} < -\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$x \in \left(\frac{5\pi}{3} + 4\pi n; \frac{7\pi}{3} + 4\pi n \right).$$

1057 (с). а) Вершина параболы $y = 2x - x^2$, $x_0 = -\frac{2}{-2} = 1 \Rightarrow$ касательной в этой точке будет прямая $y = 1$.

$$S = 1 \cdot 1 - \int_0^1 (2x - x^2) dx = 1 - \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = 1 - 1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

б) Аналогично предыдущей задаче $y = 2x^2 - 6x$,
 $y = 4,5$ — касательная в точке $x = 1,5$.

$$S = 4,5 \cdot 1,5 + 2 \int_0^{\frac{3}{2}} (x^2 - 3x) dx = \frac{27}{4} + 2 \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4} - \frac{27}{4} = \frac{9}{4}.$$

49.33 (1058). а) $y = x^3$, $x = 0$, $y(1) = 1$; $y' = 3x^2$; $y'(1) = 3$; $y = 3x - 2$ — касательная к графику $y = x^3$ в точке $x = 1$;

$$S = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 (3x - 2) dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 - \left(\frac{3x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2 = \frac{3}{4}.$$

б) $y = x^3$; $y'(x) = 3x^2$; $y'(0) = 0$; $y(0) = 0$; $y'(1) = 3$; $y(1) = 1$;
 $y = 0$, $y = 3x - 2$ — касательные к графику $y = x^3$ в точках $x = 0$ и $x = 1$:

$$S = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^{\frac{2}{3}} (3x - 2) dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 - \left(\frac{3x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{12}.$$

$$\text{1059 (с). а) } y = 3 - \frac{1}{2}x^2; \quad y = 3 - \frac{1}{2}x_0^2 - x_0(x - x_0) = -x_0x - \frac{1}{2}x_0^2 + x_0^2 + 3 = -x_0x + \frac{1}{2}x_0^2 + 3$$

т.к. касательные и парабола симметричны относительно оси y , и угол между касательными 90° , то касательные наклонены к оси y под углом 45° . Для нахождения искомой площади достаточно найти ее часть справа от Oy и умножить на 2.

$$x_0 = -1; \quad y = -x + \frac{1}{2} + 3 = -x + \frac{7}{2}, \quad \text{— одна из касательных;}$$

$$3 - \frac{1}{2}x^2 = -x + \frac{7}{2}; \quad x^2 - 2x + 1 = 0; \quad x = 1;$$

$$S = 2 \left(\int_0^1 \left(-x + \frac{7}{2} \right) dx - \int_0^1 \left(3 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx \right) = 2 \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{7}{2}x \right) \Big|_0^1 - 2 \left(3x - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^1 =$$

$$= -1 + 7 - 6 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

$$6) \quad y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}; \quad y = \frac{1}{2}x_0^2 + \frac{5}{2} + x_0(x - x_0) = xx_0 + \frac{1}{2}x_0^2 + \frac{5}{2}; \quad y' = x_0 = 1;$$

$$y' = x_0 = -1; \quad y = x + 2; \quad y = -x + 2 \text{ — искомые касательные;}$$

$$x + 2 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}; \quad x = 1;$$

$$S = 2 \left(\int_0^1 \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx - \int_0^1 (x + 2) dx \right) = 2 \left(\frac{x^3}{6} + \frac{5}{2}x \right) \Big|_0^1 - 2 \left(\frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^1 =$$

$$= \frac{1}{3} + 5 - 1 - 4 = \frac{1}{3}.$$

$$1060 \text{ (c), a) } \quad y = \frac{x^2\sqrt{3}}{2}; \quad y = \frac{x_0^2\sqrt{3}}{2} + x_0\sqrt{3}(x - x_0) = \sqrt{3}x_0x - \frac{\sqrt{3}x_0^2}{2};$$

$$y' = \sqrt{3}x_0 = \sqrt{3}, \quad y' = \sqrt{3}x_0 = -\sqrt{3}; \quad x_0 = 1, \quad x_0 = -1;$$

$$x_0 = 1, \quad x_0 = -1;$$

$$y = \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad y = -\sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ — уравнения искомых касательных;}$$

$$S = 2 \left(\int_0^1 \left(x^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) dx - \int_0^1 \left(\sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) dx \right) =$$

$$= 2 \left(\frac{x^3\sqrt{3}}{6} \right) \Big|_0^1 - 2 \left(\frac{\sqrt{3}x^2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) \Big|_0^1 = \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$6) \quad y = -\frac{x^2}{2\sqrt{3}}; \quad y = \frac{x_0^2}{2\sqrt{3}} + \frac{x_0}{\sqrt{3}}(x - x_0) = -\frac{x_0}{\sqrt{3}}x + \frac{x_0^2}{\sqrt{3}};$$

$$y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \quad y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$x_0 = 1, \quad x_0 = -1; \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}, \quad y = -\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ — искомые касательные;}$$

$$S = 2 \left(\int_0^1 \left(-\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \right) dx + \int_0^1 \frac{x^2}{2\sqrt{3}} dx \right) = \left(-\frac{x^2}{\sqrt{3}} + \frac{x}{\sqrt{3}} \right) \Big|_0^1 + \frac{x^3}{3\sqrt{3}} \Big|_0^1 = \frac{1}{3\sqrt{3}};$$

$$49.34 (1061). \text{ а) } y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1; y' = 3x^2 - 12x + 9;$$

$$y(3) = 27 - 54 + 27 + 1 = 1; y'(3) = 27 - 36 + 9 = 0;$$

$y = 1$ — касательная к графику данной функции в точке $x = 3$;

$$x^3 - 6x^2 + 9x + 1 = 1; x(x^2 - 6x + 9) = 0; x = 0, x = 3;$$

$$S = \int_0^3 (x^3 - 6x^2 + 9x + 1) dx - 3 \cdot 1 = \left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{9x^2}{2} + x \right) \Big|_0^3 - 3 =$$

$$= \frac{81}{4} - 54 + \frac{81}{2} + 3 - 3 = \frac{27}{4}.$$

$$\text{б) } y = x^3 - 3x; y(-1) = -1 + 3 = 2; y' = 3x^2 - 3; y'(-1) = 0;$$

$y = 2$ — касательная к графику данной функции в точке $x = -1$;

$$x^3 - 3x = 2; x = -1, x = 2;$$

$$S = 3 \cdot 2 - \int_{-1}^2 (x^3 - 3x) dx = 6 - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^2 = 6,75.$$

$$1062 \text{ (c). а) } y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = a;$$

$$1) S = \int_1^a \frac{1}{x^2} dx = \frac{7}{8}; -\frac{1}{x} \Big|_1^a = \frac{7}{8}; -\frac{1}{a} + 1 = \frac{7}{8}; \frac{1}{a} = \frac{1}{8}; a = 8.$$

$$2) S = \int_a^1 \frac{1}{x^2} dx = \frac{7}{8}; -\frac{1}{x} \Big|_a^1 = \frac{7}{8}; -1 + \frac{1}{a} = \frac{7}{8}; \frac{1}{a} = \frac{15}{8}; a = \frac{8}{15}$$

Ответ: $\frac{8}{15}, 8$.

$$\text{б) } y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = -1, x = a;$$

$$1) S = \int_{-1}^a \frac{1}{x^2} dx = \frac{10}{11}; -\frac{1}{x} \Big|_{-1}^a = \frac{10}{11}; -\frac{1}{a} - 1 = \frac{10}{11}; \frac{1}{a} = -\frac{21}{11}; a = -\frac{11}{21}$$

$$2) S = \int_a^{-1} \frac{1}{x^2} dx = \frac{10}{11}; -\frac{1}{x} \Big|_a^{-1} = \frac{10}{11}; 1 + \frac{1}{a} = \frac{10}{11}; a = -11.$$

Ответ: $-11, -\frac{11}{21}$.

Глава 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

§ 50. Статистическая обработка данных

50.1. а) 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5

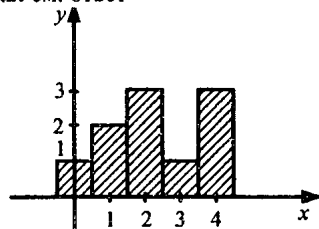
б) 4, кратность = 9

в)

2	3	4	5
2	5	9	4

г)
$$\frac{2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + 4 \cdot 5}{20} = 3,75$$

50.2. см. ответ



в)

г)
$$\frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 4}{10} = 2,3$$

50.3. а)
$$\frac{7 + 8 + 10 + 2 + 9}{5} = 7,2$$

б) 67000

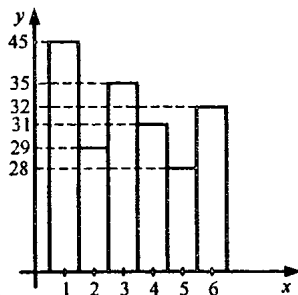
в) см. ответ

г) см. ответ

50.4. см. ответ

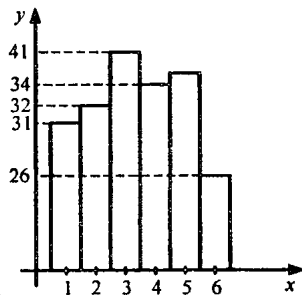
50.5. см. ответ

50.6.



а)

в),



б)

г) — см. ответ

50.7. а)
$$\frac{x}{50} \cdot 100 = 23x - 105$$

$$21x = 105$$

$$x = 5$$

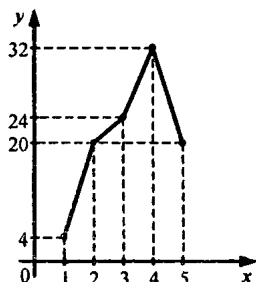
$$6) \frac{y}{50} \cdot 100 = y^2 - y - 70$$

$$y^2 - 3y - 70 = 0$$

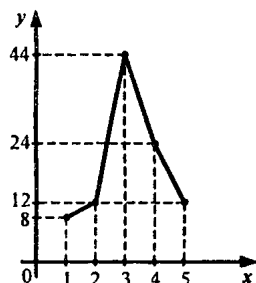
$$\begin{cases} y = 10 \\ y = -7 \end{cases} \Rightarrow y = 10$$

в),
50.8. — см. ответ

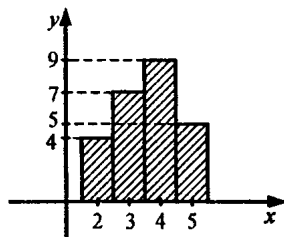
г) — см. ответ



в)
50.9. — см. ответ



в)
50.10. — см. ответ



г)
50.11. — см. ответ

§ 51. Простейшие вероятностные задачи

$$51.1. \text{ а) } \frac{14}{12+14+13+11} = 0,28$$

$$\text{ б) } \frac{12+11}{12+14+13+11} = 0,46$$

$$\text{ в) } \frac{12+14+13}{12+14+13+11} = 0,78$$

$$\text{ г) } 1 - \frac{11}{12+14+13+11} = 0,78$$

$$51.2. \text{ а) } 15 \text{ точек правее от оси ординат, всего точек: } 25 \Rightarrow \frac{15}{25} = 0,6$$

б) 10 точек ниже оси абсцисс, всего точек: $25 \Rightarrow \frac{10}{25} = 0,4$

в) 6 точек в IV координатной четверти, всего точек: $25 \Rightarrow \frac{6}{25} = 0,24$

г) 10 точек ниже $y = x$, всего точек: $25 \Rightarrow \frac{10}{25} = 0,4$

51.3. а) 3 точки лежат на оси ординат, всего точек: $9 \Rightarrow \frac{1}{3}$

б) 4 точки не лежат на координатных осях, всего точек: $9 \Rightarrow \frac{4}{9}$

в) 5 точек лежат в круге радиусом 1, всего точек: $9 \Rightarrow \frac{5}{9}$

г) таких точек нет $\Rightarrow 0$.

51.4. а) 24 числа больше 1, всего 25 чисел $\Rightarrow \frac{24}{25} = 0,96$

б) 7 чисел меньше 20, всего 25 чисел $\Rightarrow \frac{7}{25} = 0,28$

в) 20 четных чисел, всего 25 чисел $\Rightarrow \frac{20}{25} = 0,8$

г) 9 чисел, не оканчивающихся нулем, всего 25 чисел $\Rightarrow 0,36$.

51.5. а) мою новую соседку по парте зовут не Таня и не Аня;

б) явка на выборы была $< 40\%$ или $> 47\%$;

в) из пяти выстрелов в цель попало не более одного;

г) на контрольной я решил одну или две задачи из пяти.

51.6. а) на контрольной работе больше половины класса не получили пятерки;

б) хотя бы одна пуля в тире у меня попала в цель;

в) в нашем классе не все и умные, и красивые;

г) в кошельке у меня нет ни трех рублей одной монетой, ни трех долларов одной купюрой.

51.7. а) 50 чисел нечетных, всего чисел: $101 \Rightarrow \frac{50}{101}$

б) 19 чисел, у которых среди чисел есть 3, всего чисел: $101 \Rightarrow \frac{19}{101}$

в) 100 чисел не являющихся кубом целого числа, всего чисел: $101 \Rightarrow \frac{100}{101}$

г) 95 чисел имеет сумму цифр > 3 , всего чисел: $101 \Rightarrow \frac{95}{101}$.

51.8. а) таких 25, всего комбинаций $36 \Rightarrow \frac{25}{36}$

б) таких 20, всего: $36 \Rightarrow \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

в) таких 33, всего: $36 \Rightarrow \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$

г) таких 32, всего: $36 \Rightarrow \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$

51.9. а) дублей: 7, всего: $28 \Rightarrow \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$

б) таких: 7, всего: $28 \Rightarrow \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$

в) таких: 26, всего: $28 \Rightarrow \frac{26}{28} = \frac{13}{14}$

г) таких: 15, всего: $28 \Rightarrow \frac{15}{28}$

51.10. а) различных пар букв 1056, всего: $1089 \Rightarrow \frac{1056}{1089} = \frac{32}{33}$

б) таких: 100, всего: $1089 \Rightarrow \frac{100}{1089} = \left(\frac{10}{33}\right)^2 \approx 0,092$

в) таких: $33^2 - 12^2$, всего: $1089 = 33^2 \Rightarrow \frac{33^2 - 12^2}{33^2} = 1 - \left(\frac{12}{33}\right)^2 \approx 0,868$

г) таких: 64, всего: $1089 \Rightarrow \frac{64}{1089} \approx 0,059$

51.11. а) таких пар: 10, всего: $5 \cdot 4 = 20 \Rightarrow \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

б) пар: 2, всего: $20 \Rightarrow \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

в) пар: 4, всего: $20 \Rightarrow \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

г) пар: 5, всего: $20 \Rightarrow \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

51.12. а) таких комбинаций: $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ всего: $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210 \Rightarrow \frac{120}{210} = \frac{4}{7}$

б) таких комбинаций: $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ всего: $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210 \Rightarrow \frac{60}{210} = \frac{2}{7}$

в) таких комбинаций: $3 \cdot 6 \cdot 5 = 90$ всего: $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210 \Rightarrow \frac{90}{210} = \frac{3}{7}$

г) 1 комбинация, всего: $210 \Rightarrow \frac{1}{210}$

§ 52. Сочетания и размещения

52.1. а) $7^2 = 49$ — всего $\Rightarrow 49 - 7 = 42$ б) $6 + 7 + 7 = 20$

в) $4 \cdot 7 = 28$ — всего $\Rightarrow 28 - 4 = 24$

г) $7 + 7 + 7 + 4 = 25$ — все меньших 55 \Rightarrow нечетных 14.

52.2. а) $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120$

б) $(5!)^2 = 14400$

в) $5! \cdot 3! = 720$

г) $5! \cdot 4! = 2880$

52.3. а) $\frac{7! + 8!}{5! + 6!} = \frac{6 \cdot 7(1+8)}{1+6} = 54$

б) $\frac{1}{4!} + \frac{10}{5!} + \frac{630}{6!} = \frac{1+2+21}{4!} = 1$

в) $\frac{1}{6!} + \frac{1}{5!} - \frac{49}{7!} = \frac{1+6-7}{6!} = 0$

г) $\frac{7}{11} \cdot \frac{(10!)^2 - (9!)^2}{(8!)^2 - (7!)^2} = \frac{7}{11} \cdot \frac{8^2 \cdot 9^2 (10^2 - 1)}{8^2 - 1} = 8^2 \cdot 9^2 = 5184$

52.4. а) $(n+1)! > (0,99n+5) \cdot n!$

$n+1 > 0,99n+5$ $n > 400 \Rightarrow n = 401$

б) $(n+1)! > (n+333) \cdot (n-1)!$

$n(n+1) > n+333$ $n^2 > 333 \Rightarrow n = 19$

в) $\frac{2^n}{n!} < 1$ $\frac{2^n}{n!}$ — убывает при $n \rightarrow \infty \Rightarrow n = 4$

г) $n! > 10(n-1)!$ $n > 10 \Rightarrow n = 11$

52.5. а) $10! = 100 \cdot (1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9) \Rightarrow 2$

б) $15! = 10^3 \cdot (123 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 3) \Rightarrow 3$

в) $26! : 5^6$ и $26! / 5^7 \Rightarrow 26! : 10^6$ и $26! / 10^7 \Rightarrow 6$

г) $100! : 5^{24}$ и $100! / 5^{25} \Rightarrow 100! : 10^{24}$ и $100! / 10^{25} \Rightarrow 24$

52.6. а) $C_{17}^2 = 136$ б) 17 в) $C_{17}^2 - 17 = 119$ г) 17

52.7. а) да; б) да; в) нет

г) Порядок важен в:

1. Двузначные числа.

2. Отметки по русскому языку и литературе.

Порядок не важен:

1. Двое добровольцев для уборки в парке.

4. Три книги из библиотеки.

52.8. а) $C_{17}^2 = \frac{17 \cdot 16}{2} = 136 \Rightarrow A_{18}^2 = 272$

б) $C_{100}^2 = \frac{100 \cdot 99}{2} = 4950 \Rightarrow A_{100}^2 = 9900$

в) $C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = 10$ $A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 60$

$$r) C_8^4 = \frac{8!}{4!4!} = 70 \quad A_8^4 = \frac{8!}{4!} = 1680$$

$$52.9. a) C_{27}^2 - C_{26}^2 = C_{26}^1 = 26$$

$$б) \frac{A_{10}^3}{C_{10}^3} = 3! = 6$$

$$в) \frac{A_8^6}{A_{10}^2} = \frac{(8!)^2}{2! \cdot 10!} = 224$$

$$r) C_{11}^5 - C_{11}^6 = 0, \text{ т.к. } C_{11}^5 = C_{11}^6 = \frac{11!}{5! \cdot 6!}$$

$$55.10. a) C_x^3 = 2C_x^2$$

$$\frac{x!}{3!(x-3)!} = \frac{x!}{(x-2)!}$$

$$x-2=3!$$

$$x=8$$

$$б) C_x^{x-2} = 15$$

$$\frac{x!}{(x-2)!2!} = 15$$

$$x(x-1) = 30$$

$$x^2 - x - 30 = 0$$

$$\begin{cases} x = 6 \\ x = -5 \end{cases} \Rightarrow x = 6$$

$$в) C_x^2 + C_{x+1}^2 = 49$$

$$\frac{x!}{2!(x-2)!} + \frac{(x+1)!}{2!(x-1)!} = 49$$

$$x(x-1) + (x+1) = 98$$

$$x^2 = 49$$

$$x = 7$$

$$r) C_8^x = 70$$

$$\frac{8!}{x!(8-x)!} = 70$$

$$\frac{(x+1)(x+2)\dots 8}{(8-x)!} = 70 \Rightarrow (x+1)(x+2)\dots 8:70 \Rightarrow x=4, C_8^4 = 70.$$

$$52.11. a) A_x^5 = 18A_{x-2}^4$$

$$\frac{x!}{(x-5)!} = 18 \frac{(x-2)!}{(x-6)!}$$

$$x(x-1) = 18(x-5)$$

$$x^2 - 19x + 90 = 0$$

$$x = 9, x = 10$$

$$б) A_{x-1}^2 - C_x^1 = 79$$

$$\frac{(x-1)!}{(x-3)!} - \frac{x!}{(x-1)!} = 79$$

$$(x-1)(x-2) - x = 79$$

$$x^2 - 4x - 77 = 0$$

$$x = 11$$

$$в) C_x^3 = A_x^2$$

$$\frac{x!}{3!(x-3)!} = \frac{x!}{(x-2)!}$$

$$x-2=3!$$

$$x=8$$

$$r) C_x^4 = A_x^3 + C_x^3$$

$$\frac{x!}{4!(x-4)!} = \frac{x!}{(x-3)!} + \frac{x!}{3!(x-3)!}$$

$$6(x-3) = 4!(6+1)$$

$$x=31$$

$$52.12. a) 120 < A_{k-3}^2 < 140$$

$$120 < \frac{(k-3)!}{(k-5)!} < 140$$

$$120 < (k-3)(k-4) < 140 \Rightarrow 120 < x(x-1) < 140 \Rightarrow x=12 \Rightarrow k=15$$

$$6) C_6^2 < A_n^2 < C_8^2$$

$$15 < n(n-1) < 28 \Rightarrow n = 5$$

$$в) C_{10}^2 < A_x^2 < 60$$

$$45 < x(x-1) < 60 \Rightarrow x = 8$$

$$г) C_{19}^2 < A_x^2 + C_x^2 < 200$$

$$\frac{19!}{2!17!} < \frac{3x!}{2!(x-2)!} < 200$$

$$\Rightarrow 114 < x(x-1) \leq 133 \Rightarrow x = 12$$

$$52.13. а) C_{n+1}^2 = \frac{4}{5} C_n^3$$

$$15(n+1) = 4(n-2)(n-1)$$

$$6) C_{n+1}^3 = \frac{6}{5} C_n^4$$

$$20(n+1) = 6(n-2)(n-3)$$

$$3n^2 - 25n + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 8 \\ n = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow n = 8$$

$$в) C_{2n}^{n+1} = \frac{14}{25} C_{2n+1}^{n-1}$$

$$25(n+2) = 14(2n+1)$$

$$г) C_{2n+3}^n = \frac{6}{5} C_{2n+2}^{n+1}$$

$$5(2n+3)(n+1) = 6(n+3)(n+2)$$

$$52.14. а) 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120$$

в) $C_5^3 = C_5^2 = 10$ — способами съели сразу 3 куса + 2 способа сталоь на последние 2 куса $\Rightarrow 2 \cdot C_5^3 = 20$

$$г) 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$$

$$52.15. а) 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

$$\frac{6!}{2!4!} < \frac{n!}{(n-2)!} < \frac{8!}{2!6!}$$

$$\frac{10!}{2!8!} < \frac{x!}{(x-2)!} < 60$$

$$C_{19}^2 < 3C_x^2 < 200$$

$$342 < 3x(x-1) < 400$$

$$\frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} = \frac{4n!}{5 \cdot 3!(n-3)!}$$

$$4n^2 - 27n - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow n = 7$$

$$\frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} = \frac{6 \cdot n!}{5 \cdot 4!(n-4)!}$$

$$\frac{(2n!)}{(n+1)!(n-1)!} = \frac{14}{25} \frac{(8n+1)!}{(n-1)!(n+2)!}$$

$$n = 12$$

$$\frac{(2n+3)!}{n!(n+3)!} = \frac{6}{5} \frac{(2n+2)!}{(n+1)(n+1)!}$$

$$4n^2 - 5n - 21 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = -\frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow n = 3$$

$$6) C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

$$6) C_7^3 = \frac{7!}{3!4!} = 35$$

$$в) C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15$$

г) число аккордов с подряд следующими нотами: 25 \Rightarrow число аккордов, в которых нет подряд идущих нот: $35 - 25 = 10$.

$$52.16. а) C_{36}^5 \doteq 376992$$

$$б) 36 - 4 = 32$$

$$в) C_9^5 = 126$$

г) $4 \cdot C_9^5 = 504$, т.к. для каждой масти C_9^5 .

$$52.17. а) 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5$$

$$б) 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^5$$

$$в) 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

$$г) 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 2 \cdot 8^4$$

52.18. n — количество человек

а) каждый здоровался с каждым $\Rightarrow n - 1$ рукопожатий \Rightarrow всего

$$\frac{n(n-1)}{2} \text{ рукопожатий, т.к. есть повторения } 60 < \frac{n(n-1)}{2} < 70$$

б) аналогично с а) получаем:

$$60 < \frac{(n-1)(n-2)}{2} < 70$$

$$120 < (n-1)(n-2) < 140 \Rightarrow n-1 = 12 \Rightarrow n = 13$$

в) т.к. двое не поздоровались \Rightarrow на одно рукопожатие меньше

$$\Rightarrow C_{n-1}^2 = \frac{n(n-1)}{2} - 1 \Rightarrow 61 < \frac{n(n-1)}{2} < 71 \Rightarrow n = 12$$

г) для четверых: $C_4^2 = 6$

$$\text{для остальных: } C_{n-4}^2 = \frac{(n-4)!}{2!(n-6)!} = \frac{(n-4)(n-5)}{2} \Rightarrow 60 < C_4^2 + C_{n-4}^2 < 70$$

$$54 < \frac{(n-4)(n-5)}{2} < 64$$

$$108 < (n-4)(n-5) < 128 \Rightarrow n-4 = 11 \Rightarrow n = 15$$

$$52.19. а) C_{20}^3 = 1140$$

$$б) C_{12}^3 = 220$$

$$в) 12 \cdot 5 \cdot 3 = 180$$

г) $(20 - 13) \cdot C_{12}^2$ — выучил все кроме одного

$$C_{12}^3 \text{ — выучил все вопросы из билета } \Rightarrow 8 \cdot C_{12}^2 + C_8^3 = 748$$

52.20.

$$а) C_{10}^5 \cdot C_8^3 = 14112$$

$$б) (C_{10}^5 - C_8^3) C_8^3 = 10976$$

в) без певца А и певицы В: $C_9^5 \cdot C_7^3$; для А и В: $C_9^4 \cdot C_7^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow C_9^5 \cdot C_7^3 + C_9^4 \cdot C_7^2 = C_9^4 (C_7^3 + C_7^2) = C_9^4 \cdot C_8^3 = 7056$$

г) Т.к. одна певица будет петь мужскую партию, то остается 2 женские партии, их можно выбрать C_8^2 способами $\Rightarrow C_8^2 = 28$.

§ 53. Формула бинома Ньютона

53.1. а) $(x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1$

б) $(2x-y)^6 = 64x^6 - 192x^5y + 240x^4y^2 - 160x^3y^3 + 60x^2y^4 - 12xy^5 + y^6$

в) $(x^2+2)^5 = x^{10} + 10x^8 + 40x^6 + 80x^4 + 80x^2 + 32$

г) $(1-x^3)^4 = 1 - 4x^3 + 6x^6 - 4x^9 + x^{12}$

53.2. а) $C_7^1 \cdot 1^6 \cdot 1^1 = 7$

б) $C_4^1 \cdot 3^1 \cdot 1^3 = 12$

в) $C_5^1(-2)^1 \cdot 3^4 = -810$

г) $C_5^4 \cdot 1^1 \cdot 2^4 - C_4^3 \cdot 2^1 \cdot 1^3 = 72$

53.3. а) $C_4^3 \cdot 1^1 3^3 = 108$

б) $C_5^3 \cdot 3^2(-2)^3 = -720$

в) $C_5^2 \cdot 1^3 \cdot 2^2 - C_4^1 \cdot 2^3 \cdot 1^2 = 8$

г) $0 + C_4^3 \cdot 3^1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{4}{9}$

53.4. а) $C_6^4 \cdot 2^2 \cdot 1^4 = 60$

б) $C_9^3 \cdot 3^6 \cdot 1^3$

53.5. $x^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{10-k} = x^{2k-10}$

а) $2k-10=8 \Rightarrow k=9 \Rightarrow C_{10}^1 \cdot 1^9 \cdot 1^1 \cdot x^8 = 10x^8$

б) $2k-10=4 \Rightarrow k=7 \Rightarrow C_{10}^3 \cdot 1^7 \cdot 1^3 \cdot x^4 = 120x^4$

в) $2k-10=-2 \Rightarrow k=4 \Rightarrow C_{10}^6 \cdot 1^4 \cdot 1^6 \cdot x^{-2} = 210x^{-2}$

г) $2k-10=0 \Rightarrow k=5 \Rightarrow C_{10}^5 \cdot 1^5 \cdot 1^5 = 252$

53.6. а) $(1+1)^n - 2^n = 1024 \Rightarrow n=10 \Rightarrow C_{10}^5 = 252 \Rightarrow$ один член

б) $(1+1)^n = 2^n = 512 \Rightarrow n=9 \Rightarrow C_9^4 = C_9^5 = 126 \Rightarrow$ два члена

53.7. $\forall n > 1$ и $\forall x > 0 : (1+x)^n > 1+nx$

$$\left. \begin{array}{l} C_n^1 = n \\ C_n^0 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow (1+x)^n = 1 + nx + C_{n12}x^2 + \dots + C_n^n x^n$$

$$\left. \begin{array}{l} \forall k (2 \leq k \leq n) : C_n^k > 0 \\ x > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1+x)^n > 1+nx$$

§ 54. Случайные события и их вероятности

54.1. а) с квестами: C_{12}^2 всего: C_{10}^2 $\left\} \Rightarrow \frac{C_{12}^2}{C_{20}^2} = \frac{3}{95}$ б) с рокадами: C_8^2 всего: C_{20}^2 $\left\} \Rightarrow \frac{C_8^2}{C_{20}^2} = \frac{14}{95}$

в) таких: $12 \cdot 8 = 96$ всего: $C_{20}^2 = 190$ $\left\} \Rightarrow \frac{96}{190} = \frac{48}{95}$ г) $\frac{33 + 14 + 48}{95} = 1$

$$54.2. \text{ а) } \left. \begin{array}{l} \text{таких: } C_{28}^2 \\ \text{всего: } C_{36}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_{28}^2}{C_{36}^2} = \frac{17}{70}$$

$$\text{б) } \left. \begin{array}{l} \text{таких: } C_9^2 \\ \text{всего: } C_{36}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_9^2}{C_{36}^2} = \frac{2}{35}$$

$$\text{в) } \left. \begin{array}{l} \text{таких: } C_9^2 \\ \text{всего: } C_{36}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_9^2}{C_{36}^2} = \frac{2}{35}$$

$$\text{г) } \left. \begin{array}{l} \text{таких: } 9 \cdot 9 = 81 \\ \text{всего: } C_{36}^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{81}{C_{36}^3} = \frac{9}{70}$$

$$54.3. \text{ а) } \left. \begin{array}{l} \text{выигрышных комбинаций: } C_5^3 \\ \text{всего: } C_9^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{5}{42}$$

$$\text{б) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций: } 4 \cdot C_5^2 \\ \text{всего: } C_9^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{4 \cdot C_5^2}{C_9^3} = \frac{10}{21}$$

$$\text{в) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций: } 5 \cdot C_4^2 \\ \text{всего: } C_9^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{5 \cdot C_4^2}{C_9^3} = \frac{5}{14}$$

$$\text{г) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций: } C_9^3 - C_4^3 \\ \text{всего: } C_9^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_9^3 - C_4^3}{C_9^3} = \frac{20}{21}$$

$$54.4. \text{ а) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций: } C_{43}^6 \\ \text{всего: } C_{49}^6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_{43}^6}{C_{49}^6} \cdot 100\% \approx 43,6\%$$

$$\text{б) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций: } 6 \cdot C_{43}^5 \\ \text{всего: } C_{49}^6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{6 \cdot C_{43}^5}{C_{49}^6} \cdot 100\% \approx 41,3\%$$

$$\text{в) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций: } C_6^2 \cdot C_{43}^4 \\ \text{всего: } C_{49}^6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_6^2 \cdot C_{43}^4}{C_{49}^6} \cdot 100\% \approx 13,2\%$$

$$\text{г) } \left. \begin{array}{l} \text{таких комбинаций: } C_6^3 \cdot C_{43}^3 \\ \text{всего: } C_{49}^6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_6^3 \cdot C_{43}^3}{C_{49}^6} \cdot 100\% \approx 1,77\%$$

$$54.5. \text{ а) } \left. \begin{array}{l} \text{таких учеников: } 18 - (30 - 22) = 10 \\ \text{всего: } 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{3}$$

$$\text{б) } \left. \begin{array}{l} \text{таких учеников: } 30 - 22 = 8 \\ \text{всего: } 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

$$\text{в) } \left. \begin{array}{l} \text{таких учеников: } 30 - 18 = 12 \\ \text{всего: } 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{18 - (x - 22)}{x} = \frac{x - 18}{x}$$

$$2(x - 18) = 22$$

$$x = 29$$

$$54.6. \text{ а) } \left. \begin{array}{l} \text{таких задач: } 26 - (60 - 44) = 20 \\ \text{всего: } 50 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{5}$$

$$\text{б) } \left. \begin{array}{l} \text{таких задач : } 50 - 26 = 24 \\ \text{всего : } 50 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$$

$$\text{в) } \left. \begin{array}{l} \text{таких задач : } 26 - 20 = 6 \\ \text{всего : } 50 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$$

$$\frac{26 - (x - 44)}{x} = \frac{x - 26}{x}$$

$$2(x - 26) = 44$$

$$x = 48$$

54.7. см. ответ

54.8. $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$, т.к. A, B — независимы \Rightarrow

\Rightarrow а) 0,75; б) 0,91; в) 0,99; г) 0,9901

54.9. $P(A_1) = 0,8$, $P(A_2) = 0,6$

а) $P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) = 0,48$

б) $1 - P(A_1 + A_2) = 1 - P(A_1) - P(A_2) + P(A_1)P(A_2) = 0,08$

в) $P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1)P(A_2) = 0,92$

г) $P(A_1 + A_2) - P(A_1 A_2) = 0,44$

54.10. см. ответ

$$54.11. P = \frac{1}{4}$$

$$\text{а) } P_4(4) = C_4^4 \cdot p^4(1-p)^0 = \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256} \approx 0,04$$

$$\text{б) } P_4(0) = C_4^0 \cdot p^0(1-p)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^4 \approx 0,316$$

$$\text{в) } P_4(3) = C_4^3 \cdot p^3(1-p)^1 = 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{64} \approx 0,047$$

$$\text{г) } P = 1 - P_4(0) \approx 0,684$$

$$54.12. \text{ а) } x^2 \leq 9 \Rightarrow x^2 \leq 10 \Rightarrow P = 1$$

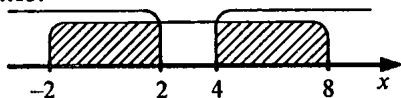
$$\text{б) } 2x - 3 \leq 17 \quad x \leq 10 \quad x^2 \leq 9 \Rightarrow x \leq 10 \Rightarrow P = 1$$

$$\text{в) } x^2 \leq 9 \Rightarrow x^2 \geq 10 \text{ не может быть } \Rightarrow P = 0$$

$$\text{г) } x^3 + 2x \geq 0 \quad x(x^2 + 2) \geq 0 \mid : (x^2 + 2) > 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x^2 \leq 9 \Rightarrow x \in [-3; 3] \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{l([0; 3])}{l([-3; 3])} = \frac{1}{2}$$

54.13.



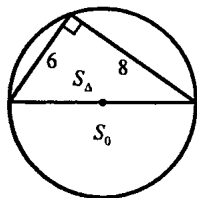
$$a) |x| \leq 2 \Rightarrow P = \frac{1}{2}$$

$$b) |x-6| \leq 2 \Rightarrow 4 \leq x \leq 8 \Rightarrow P = \frac{1}{2}$$

$$b) |x| \leq 1 \Rightarrow P = \frac{1}{4}$$

$$r) 1 \leq |x-6| \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} 4 \leq x \leq 8 \\ x \geq 7 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 \leq x \leq 8 \\ 4 \leq x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{1}{4}$$

54.15.



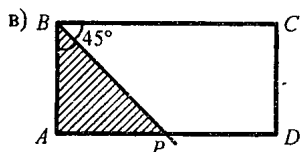
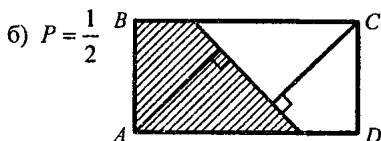
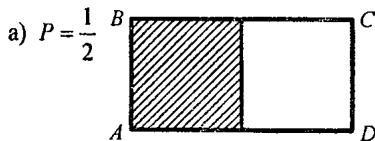
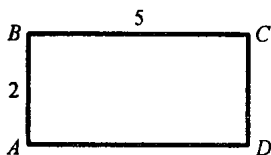
$$a) P = \frac{S_\Delta}{S_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8}{\pi \cdot 5^2} = \frac{24}{25\pi} \approx 0,306$$

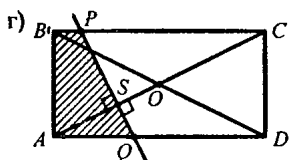
$$b) P = \frac{S_b}{S_0} = \frac{\pi \cdot 2^2}{\pi \cdot 5^2} = \frac{4}{25} = 0,16$$

$$b) P = \frac{S_0 - S_\Delta}{S_0} \approx 0,7$$

$$r) P = \frac{S_\Delta - S_b}{S_0} = \frac{24 - 4\pi}{25\pi}$$

54.14.





$$AS = SO = \frac{1}{2} AO = \frac{1}{4} AC = \frac{\sqrt{29}}{4}$$

$$\frac{AQ}{AS} = \frac{AC}{AD} = \frac{\sqrt{29}}{5} \Rightarrow AQ = \frac{29}{20}$$

$$\frac{AQ}{AS} = \frac{PC}{CS} = \frac{BC - BP}{AC - AS} = \frac{5 - BP}{\sqrt{29} - \frac{\sqrt{29}}{4}} \Rightarrow BP = 5 - \frac{3}{4} \sqrt{29} \frac{AQ}{AS} = \frac{13}{4}$$

$$P = \frac{S_{ABPQ}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}(BP + AQ) \cdot AB}{AB \cdot BC} = \frac{21}{100} = 0,21$$

54.16. а) вероятность, что не угадано ни одно число равна $\frac{C_{43}^6}{C_{49}^6} \approx 0,436$

\Rightarrow искомая равна $(1 - 0,436) \cdot 100\% = 56,4\%$

$$б) \left(\frac{C_{43}^6}{C_{49}^6} + \frac{C_6^1 \cdot C_{43}^5}{C_{49}^6} \right) \cdot 100\% = 84,9\%$$

$$в) \left[1 - \left(\frac{C_{43}^6}{C_{49}^6} + \frac{C_6^1 \cdot C_{43}^5}{C_{49}^6} + \frac{C_6^2 \cdot C_{43}^4}{C_{49}^6} \right) \right] \cdot 100\% = 1,9\%$$

$$г) \left(\frac{C_6^4 \cdot C_{43}^2}{C_{49}^6} + \frac{C_6^5 \cdot C_{43}^1}{C_{49}^6} + \frac{C_6^6 \cdot C_{43}^0}{C_{49}^6} \right) \cdot 100\% = 0,13\%$$

54.17. а) таких прямоугольных треугольников: 1
всего комбинаций: $C_5^3 = 10$ $\left. \vphantom{\begin{matrix} \text{таких} \\ \text{всего} \end{matrix}} \right\} \Rightarrow \frac{1}{10}$

б) таких треугольников: 3
всего комбинаций: $C_5^3 = 10$ $\left. \vphantom{\begin{matrix} \text{таких} \\ \text{всего} \end{matrix}} \right\} \Rightarrow \frac{3}{10}$

в) таких: 5
всего: $C_5^3 = 10$ $\left. \vphantom{\begin{matrix} \text{таких} \\ \text{всего} \end{matrix}} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}$

г) таких: 6
всего: $C_5^3 = 10$ $\left. \vphantom{\begin{matrix} \text{таких} \\ \text{всего} \end{matrix}} \right\} \Rightarrow \frac{3}{5}$

$$54.18. а) \frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$$

$$б) \frac{C_4^1 \cdot C_6^1}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$$

$$в) \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$$

$$г) \frac{C_6^1 \cdot C_4^1}{C_{10}^2} + \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{13}{15}$$

54.19. n — общее число туристов

$$100 + 38 + 0,31 \cdot n = n \Rightarrow n = 200$$

а) $100 + 38 = 138$

б) 200

в) $100 + 0,31 \cdot n = 162$

г) $38 + 0,31 \cdot n = 100$

54.20. $P(A+B) = 0,9 = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{0,9 - P(A)}{1 - P(A)} \Rightarrow$

\Rightarrow а) $\frac{8}{9}$; б) 0,8; в) 0,5; г) $\frac{1}{11}$.

54.21. $P(A_1) = 0,5$

а) $P(A_1 A_2) = 0,4 \Rightarrow P(A_2) = \frac{P(A_1 \cdot A_2)}{P(A_1)} = 0,8$

б) $1 - P(A_1 + A_2) = 0,45 \Rightarrow P(A_1 + A_2) = 0,55$

$\Rightarrow P(A_2) = \frac{P(A_1 + A_2) - P(A_1)}{1 - P(A_1)} = 0,1$

в) $P(A_1 + A_2) = 0,8 \Rightarrow P(A_2) = 0,6$

г) $P(A_1 + A_2) = 0,999 \Rightarrow P(A_2) = 0,998$

54.22. $P = 0,4$

а) см. ответ

б) $P_5(5) = C_5^5 \cdot (0,4)^5 \cdot (0,6)^0 = 0,01$

в) $1 - P_5(0) - P_5(1) = 0,663$

г) см. ответ

54.23. $\sqrt{x} \leq 10 \Rightarrow 0 \leq x \leq 100$

а) $\sqrt{x} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow P = \frac{1}{100} = 0,01$

б) $y = \ln(40x - 39 - x^2)$

$$\begin{cases} x^2 - 40x + 39 < 0 \\ x^2 - 40x + 39 \neq -1 \end{cases}$$

Можно считать, что $x^2 - 40x + 39 = -1$, т.к. это множество меры нуль, поэтому не вкладывается в вероятность.

$\Rightarrow 1 < x < 39 \Rightarrow P = \frac{38}{100} = 0,38$

в) $\sqrt{x-10} = 5 \Rightarrow 10 \leq x \leq 35 \Rightarrow P = \frac{25}{100} = 0,25$

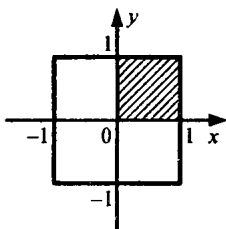
г) $y = 0,5 \sin\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right) + 1$

$y \in [0,5; 1,5] \Rightarrow P = \frac{1}{100} = 0,01$

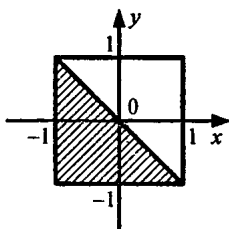
54.24.

$$|x| \leq 1, |y| \leq 1$$

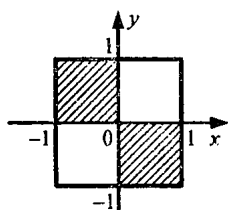
$$a) P = \frac{1}{4}$$



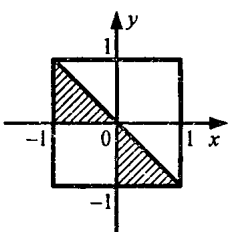
$$b) \Rightarrow P = \frac{1}{2}$$



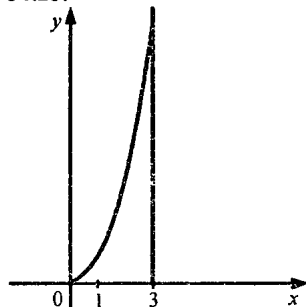
$$b) \Rightarrow P = \frac{1}{2}$$



$$r) \Rightarrow P = \frac{1}{4}$$



54.25.



$$a) P = \frac{\int_0^1 x^2 dx}{\int_0^3 x^2 dx} = \frac{\frac{1}{3}x^3 \Big|_0^1}{\frac{1}{3}x^3 \Big|_0^3} = \frac{1}{27}$$

$$b) P = \frac{\int_2^3 x^2 dx}{\int_0^3 x^2 dx} = \frac{\frac{1}{3}x^3 \Big|_2^3}{\frac{1}{3}x^3 \Big|_0^3} = \frac{19}{27}$$

$$b) P = \frac{\int_0^3 (x^2 - 4) dx}{\int_0^3 x^2 dx} = \frac{\left(\frac{1}{3}x^3 - 4x\right) \Big|_0^3}{\frac{1}{3}x^3 \Big|_0^3} = \frac{7}{27}$$

$$r) P = \frac{\int_0^1 (1 - x^2) dx}{\int_0^3 x^2 dx} = \frac{\left(x - \frac{1}{3}x^3\right) \Big|_0^1}{\frac{1}{3}x^3 \Big|_0^3} = \frac{7}{27}$$

Глава 10. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств

§ 55. Равносильность уравнений

55.1 (1663). $2^x=256$; $x=8$;

а) $\log_2 x=3$; да;

б) $x^2-9x+8=0$; нет;

в) $3x^2-24x=0$; нет;

г) $\frac{16}{x}=2$; да.

55.2 (1664). $\sin x=0$; $x=\pi n$;

а) $\cos x=1$; $x=2\pi n$; нет;

б) $\operatorname{tg} x=0$; $x=\pi n$; да;

в) $\cos 2x=1$; $x=\pi n$; да;

г) $\sqrt{x-1} \sin x=0$; $x=1$ и $x=\pi n$; нет.

55.3 (1665). а) $\sqrt{2x-1}=3$; $x=5$; 1) $5x=25$; 2) $x/5=1$; 3) $\sqrt{x+4}=3$;

б) $\cos x=3$; решений нет; 1) $\sin x=5$; 2) $\cos x=-3$; 3) $\sin x=-10$;

в) $\lg x^2=4$; $x=\pm 100$; 1) $x^2=100^2$; 2) $\sqrt{x^2}=100$; 3) $|x|=100$;

г) $x^{\frac{3}{5}}=-1$; 1) $x^{\frac{1}{5}}=-1$; 2) $x^{\frac{1}{7}}=-1$; 3) $3x^{\frac{1}{19}}=-3$.

1666 (с). а) $\sqrt{7x+3}=x \Rightarrow 7x+3=x^2$ (все x , удовлетворяющие первому уравнению, удовлетворяют и второму);

б) $\log_2(x-1)-\log_2 x=0 \Rightarrow \log_2(1-(1/x))=0$;

в) $\sin(\pi-x)\operatorname{ctg} x=-(1/2) \Rightarrow \cos x=-(1/2)$;

г) $\sin(\frac{\pi}{2}-x)\operatorname{tg} x=0 \Rightarrow \sin x=0$.

1667 (с). а) $x^{37}-12x^2+1=0$ и $x^{37}+1=12x^2$;

перенос слагаемого из одной части уравнения в другую не изменяет равносильности;

б) $\sqrt[5]{x^2-2x-3}=2$ и $x^2-2x-3=32$;

возведение обеих частей уравнения в нечетную степень не нарушает равносильности;

55.4 (1668). а) $\sqrt{2x^2+2}=\sqrt{x^4+3}$ и $2x^2+2=x^4+3$;

т.к. подкоренные выражения всегда положительны, то возведение в квадрат не нарушит равносильности;

б) $\sqrt[4]{\sin^2 x+1}=1$ и $\sin^2 x=0$;

т.к. подкоренное выражение всегда положительно, то возведя в 4 степень и вычтя из обеих частей уравнения единицу получим второе уравнение, равносильны первому.

55.5 (1669). а) $3^{\sqrt{x+4}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 1$ и $\sqrt{x} + 4 - x = 0$;

$3^{\sqrt{x+4}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 1 \Leftrightarrow 3^{\sqrt{x+4}-x} = 3^0$;

логарифмируя по основанию 3, получим второе уравнение;

б) $\sqrt{0,5^x} \cdot 2^{x^2} \sqrt{2} = 4$ и $x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} = 2$; $\sqrt{0,5^x} \cdot 2^{x^2} \sqrt{2} = 4 \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{2} + x^2 + \frac{1}{2}} = 2^2$,

логарифмируя по основанию 2, получим второе уравнение.

55.6 (1670). а) $\frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 + 1} = 3$ и $x^2 + 3x - 1 = 3x^2 + 3$;

т.к. $x^2 + 1 > 0$ при всех x , то, домножив обе части уравнения на $x^2 + 1$, получим второе уравнение, не нарушив равносильности;

б) $\frac{\sin x + 1}{\sin x + 2} = \frac{1}{2}$ и $\sin x + 1 = \frac{1}{2} \sin x + 1$,

т.к. $\sin x + 2 > 0$ при всех x , то, домножив обе части уравнения на $\sin x + 2$, получим второе уравнение, не нарушив равносильности.

55.7 (1671). а) $\sqrt{3x-5} = \sqrt{9-7x}$; ОДЗ: $\begin{cases} x \geq 5/3 \\ x \leq 9/7 \end{cases}$; т.к. $5/3 > 9/7$, то эта

система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней;

б) $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{1-x^2} = 4$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 \geq 4 \\ x^2 \leq 1 \end{cases}$, эта система не имеет решений,

поэтому уравнение не имеет корней.

55.8 (1672). а) $\lg(x^2-9) + \lg(4-x^2) = \frac{1}{2}$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 > 9 \\ x^2 < 4 \end{cases}$;

эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней;

б) $\lg(x^2-3x) - \lg(2x-x^2) = \frac{1}{2}$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2-3x > 0 \\ 2x-x^2 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty) \\ x \in (0; 2) \end{cases}$,

эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней.

55.9 (1673). а) $\sqrt{7x-6} = x$; ОДЗ: $\begin{cases} 7x-6 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$; $x \geq \frac{6}{7}$; $x^2 - 7x + 6 = 0$; $x = 6$; $x = 1$;

б) $x+3 = \sqrt{2x+9}$; ОДЗ $\begin{cases} 2x+9 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$, $x \geq -3$; $x^2 - 4x = 0$; $x = 0$;

$x = -4$. — не входит в ОДЗ;

в) $\sqrt{6x-11} = x-1$; ОДЗ $\begin{cases} 6x-11 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases}$; $x \geq \frac{11}{6}$; $x^2 - 8x + 12 = 0$; $x = 6$; $x = 2$;

г) $-x - 5 = \sqrt{7x+23}$; ОДЗ $\begin{cases} -x-5 \geq 0 \\ 7x+23 \geq 0 \end{cases}$, эта система не имеет решений.

поэтому уравнение также не имеет решений

55.10 (1674). а) $\sqrt{x^4 - 3x - 1} = x^2 - 1$; $x^4 - 3x - 1 = x^4 - 2x^2 + 1$; $2x^2 - 3x - 2 = 0$;

1) $x = -\frac{1}{2}$; проверка: $\frac{1}{16} + \frac{3}{2} - 1 > 0$; $\frac{1}{4} - 1 < 0 \Rightarrow$ не подходит;

2) $x = 2$ — подходит;

Ответ: 2.

б) $\sqrt{x^4 - 3x - 1} = 1 - x^2$; 1) $x = -\frac{1}{2}$; проверка: $1 - \frac{1}{4} > 0$;

$\frac{1}{16} + \frac{3}{2} - 1 > 0 \Rightarrow$ подходит; 2) $x = 2$ — не подходит;

Ответ: $-(1/2)$.

в) $\sqrt{x^4 + x - 9} = 1 - x^2$; $x^4 + x - 9 = x^4 - 2x^2 + 1$; $2x^2 + x - 10 = 0$;

1) $x = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$; проверка: $\left(\frac{5}{2}\right)^4 - \frac{5}{2} - 9 > 0$; $1 - (2,5)^2 < 0 \Rightarrow$ не подходит;

2) $x = 2$; проверка: $1 - 4 < 0 \Rightarrow$ не подходит;

Ответ: решений нет.

г) $\sqrt{x^4 + x - 9} = x^2 - 1$;

1) $x = -2,5$, проверка: $(2,5)^2 - 1 > 0 \Rightarrow$ подходит;

2) $x = 2$, проверка: $2^2 - 1 > 0 \Rightarrow$ подходит.

Ответ: $-2,5$; 2.

1675 (с). а) $\sqrt{x^4 - 5x^2 - 2,5x} = 5 - x^2$; $x^4 - 5x^2 - 2,5x = x^4 - 10x^2 + 25$;

$5x^2 - 2,5x - 25 = 0$; $2x^2 - x - 10 = 0$;

1) $x = \frac{5}{2}$; проверка: $(2,5)^4 - 5 \cdot 2,5^2 - 2,5 \cdot 2,5 > 0$; $5 - (2,5)^2 < 0 \Rightarrow$ не подходит;

2) $x = -2$; проверка: $2^4 - 5 \cdot 2^2 + 2,5 \cdot 2 > 0$; $5 - 2^2 > 0 \Rightarrow$ подходит;

Ответ: -2 ;

б) $\sqrt{x^4 - 5x^2 - 2,5x} = x^2 - 5$; $x = \frac{5}{2}$ — подходит; $x = -2$ — не подходит;

Ответ: $5/2$;

в) $\sqrt{x^4 - 3x^2 - 1,5x} = x^2 - 3$;

$x^4 - 3x^2 - 1,5x = x^4 - 6x^2 + 9$;

$3x^2 - \frac{3}{2}x - 9 = 0$; $2x^2 - x - 6 = 0$;

1) $x = 2$; проверка: $16 - 12 - 3 > 0$; $4 - 3 > 0 \Rightarrow$ подходит;

2) $x = -\frac{3}{2}$; проверка: $\frac{9}{4} - 3 < 0 \Rightarrow$ не подходит;

Ответ: 2;

г) $\sqrt{x^4 - 3x^2 - 1,5x} = 3 - x^2$; $x = -\frac{3}{2}$ — подходит; $x = 2$ — не подходит

Ответ: $-(3/2)$.

55.11 (1676). а) $(x^2-9)(\sqrt{3-2x}-x)=0$; ОДЗ: $x \leq \frac{3}{2}$;

1) $x = 3$ — не подходит;

2) $x = -3$ — подходит; $\sqrt{3-2x} = x$, $\begin{cases} x^2 + 2x - 3 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$, $x = -3$ — подходит;

$x = 1$ — подходит;

Ответ: 1; -3.

б) $(x^2-16)(\sqrt{4-3x}-x)=0$; ОДЗ: $x \leq \frac{4}{3}$;

1) $x = 4$ — не подходит; 2) $x = -4$ — подходит;

3) $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 = 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$, $x = -4, x = 1$ — подходит; Ответ: 1; -4.

55.12 (1677). а) $\sin 2x \cdot \sqrt{4-x^2} = 0$. ОДЗ: $-2 \leq x \leq 2$;

1) $\sin 2x = 0$; $2x = \pi n$; $x = \frac{\pi n}{2}$. $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$;

(т.к. x должен входить в ОДЗ);

2) $\sqrt{4-x^2} = 0$; $x = \pm 2$; Ответ: 0; $\pm \frac{\pi}{2}$; ± 2 ;

б) $(\cos 2x - 1) \sqrt{4-x^2} = 0$ ОДЗ: $-3 \leq x \leq 3$;

1) $\cos 2x = 1$; $x = \pi n$; $x = 0$; 2) $9 - x^2 = 0$; $x = \pm 3$; Ответ: 0; ± 3 ;

в) $(\cos^2 x - \sin^2 x) \sqrt{1-x^2} = 0$. ОДЗ: $-1 \leq x \leq 1$.

1) $\cos^2 x - \sin^2 x = 0$; $\cos 2x = 0$; $2x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$; $x = -\frac{\pi}{4}$; $x = \frac{\pi}{4}$;

2) $1 - x^2 = 0$; $x = \pm 1$; Ответ: ± 1 ; $\pm \frac{\pi}{4}$;

г) $\operatorname{tg} x \cdot \sqrt{16-x^2} = 0$; ОДЗ: $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n \\ -4 \leq x \leq 4 \end{cases}$;

1) $\operatorname{tg} x = 0$; $x = \pi n$; $x = \pm \pi$, $x = 0$; 2) $16 - x^2 = 0$; $x = \pm 4$; Ответ: 0; $\pm \pi$; ± 4 .

1678 (с). а) $\frac{\log_2(7+6x-x^2) - \log_2(x-2)}{10x-24-x^2} = 2$;

ОДЗ: $\begin{cases} 7+6x-x^2 > 0 \\ x-2 > 0 \\ 10x-24-x^2 \neq 0 \end{cases}$, $\begin{cases} 2 < x < 7 \\ x \neq 6 \\ x \neq 4 \end{cases}$. т.к. x — целые, то возможные корни —

$x = 3$ и $x = 5$: подстановкой в уравнение легко убедиться, что $x = 5$ — корень, $x = 3$ — не корень;

Ответ: 5.

$$б) \frac{\log_{12}(6+5x-x^2)}{x^2-9x+20} = 2^{-\sqrt{x-2}};$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 6+5x-x^2 > 0 \\ x-2 > 0 \\ x^2-9x+20 \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2 < x < 6 \\ x \neq 4 \\ x \neq 5 \end{cases};$$

рассуждая аналогично предыдущему пункту, получим $x = 3$;

Ответ: 3.

§ 56. Общие методы решения уравнений

$$56.1 (1679). \text{ а) } 3^{2-x} = 3^{x^2-4x};$$

т.к. обе части положительны, то прологарифмировав по основанию 3 получим: $2-x = x^2-4x$;

Ответ: можно;

$$б) (3x^2-2)^4 = (x-3)^4;$$

т.к. подстепенные выражения могут быть отрицательными, то заменив уравнение на $3x^2-2=x-3$ мы потеряем часть корней.

Ответ: нельзя;

$$в). \sqrt[3]{7-x} = \sqrt[3]{5x+1};$$

т.к. $\sqrt[3]{a}$ определен для всех a , то обе части уравнения можно возвести в куб, не нарушая равносильности; получим: $7-x = 5x+1$;

Ответ: можно;

$$г) \lg \frac{1}{x} = \lg(2x-7), \text{ в исходном уравнении имеем: } 1/x > 0, 2x-7 > 0; \text{ если}$$

это уравнение пропотенцировать, то получим уравнение $1/x = 2x-7$, правая и левая части которого не обязательно положительны, а значит это уравнение не равносильно исходному.

Ответ: нельзя.

$$1680 \text{ (с). а) } (2x^4+1)^5 = (1-x^3)^5;$$

аналогично пункту в предыдущей задачи получим равносильное уравнение $2x^4+1 = 1-x^3$;

Ответ: можно;

$$б) \log_{0,2}(2\sin x - 1) = \log_{0,2}(3 - \sin^2 x);$$

поскольку $3 - \sin^2 x > 0$ при всех x , то потенцированием получили уравнение $2\sin x - 1 = 3 - \sin^2 x$; равносильное исходному;

Ответ: можно;

$$в) \sqrt[6]{2^x-1} = \sqrt[6]{5-3 \cdot 2^x};$$

т.к. подкоренные выражения должны быть неотрицательны, то, возведя в шестую степень мы нарушим равносильность;

Ответ: нельзя;

$$r) \cos(3^x - 1) = \cos(3 - 9^x);$$

уравнение $3^x - 1 = 3 - 9^x$ не будет равносильно исходному, поскольку \cos — периодическая функция.

Ответ: нельзя.

$$56.2 (1681). a) 2^{\sqrt{x-3}} = \frac{1}{2} \sqrt{32}; \text{ ОДЗ: } x \geq 3;$$

$$2^{\sqrt{x-3}} = 2^{\frac{3}{2}}; 4x - 12 = 9; x = \frac{21}{4} > 3;$$

Ответ: 21/4;

$$б) 10^{\log_2(x-3)} \cdot 0,00001 = 0,1^{\log_2(x-7)}; \text{ ОДЗ: } x > 7;$$

$$10^{\log_2(x-3)-5} = 10^{-\log_2(x-7)}; x^2 - 10x + 21 = 32;$$

$$x^2 - 10x - 11 = 0; (x - 11)(x + 1) = 0; x = -1 \text{ не подходит по ОДЗ.}$$

Ответ: 11.

$$56.3 (1682). a) 0,5^{\sin x - \cos x} = 1; \sin x - \cos x = 0; \sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4} = 0;$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0; x = \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

$$б) (\sqrt{3})^{\sin^2 x - 1} \cdot 3\sqrt{3} = \sqrt[4]{729}; \sqrt{3}^{\sin^2 x - 1} \cdot 3\sqrt{3} = \sqrt[4]{729}; \cos^2 x = 0; x = \frac{\pi}{2} + \pi n.$$

$$56.4. a) \log_3(x^2 - 10x + 40) = \log_3(4x - 8); \text{ ОДЗ: } x > 2;$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0; x = 6. x = 8;$$

Ответ: 6; 8;

$$в) \log_{\sqrt{3}} \frac{x-2}{2x-4} = \log_{\sqrt{3}} \frac{x+1}{x+2}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x > -1 \\ x < -2 \end{cases}, x \neq 2;$$

$$\frac{x-2}{2x-4} = \frac{x+1}{x+2}; x^2 - 2x = 0; x = 0, x = 2; x = 2 \text{ — не входит в ОДЗ;}$$

Ответ: 0;

$$1683 (с). a) \log_3(x^2 - 10x + 40) = \log_3(4x - 8); \text{ ОДЗ: } x > 2;$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0; x = 6. x = 8;$$

Ответ: 6; 8;

$$б) \log_{0,8}(9x - 4x^2) = \log_{0,8}(x^3 + 4x^2); \text{ ОДЗ: } 0 < x < \frac{9}{4}; x^3 + 8x^2 - 9x = 0;$$

$$x(x^2 + 8x - 9) = 0; x = 0, x = -9, x = 1; x = 0 \text{ и } x = -9 \text{ не входят в ОДЗ;}$$

Ответ: 1.

$$в) \log_{\sqrt{3}} \frac{x-2}{2x-4} = \log_{\sqrt{3}} \frac{x+1}{x+2}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x > -1 \\ x < -2 \end{cases}, x \neq 2.$$

$$\frac{x-2}{2x-4} = \frac{x+1}{x+2}; x^2 - 2x = 0; x = 0, x = 2, x = 2 \text{ — не входит в ОДЗ;}$$

Ответ: 0.

$$r) \log_{0,1} \sqrt{5x-6} = \log_{0,1} \sqrt{x^2-2}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 5x-6 > 0 \\ x^2-2 > 0 \end{cases}, x > \sqrt{2},$$

$$5x-6 = x^2-2; x^2-5x+4=0; x=4, x=1; x=1 \text{ — не подходит};$$

Ответ: 4.

$$56.5 (1684). a) (x^2-6x)^5 = (2x-7)^5; x^2-8x+7=0; x=7, x=1,$$

Ответ: 1; 7;

$$b) (\sqrt{6x-1}+1)^9 = (\sqrt{6x+8})^9; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 6x-1 \geq 0 \\ 6x+8 \geq 0 \end{cases}; x \geq \frac{1}{6},$$

$$6x-1+1+2\sqrt{6x-1} = 6x+8; 6x-1=16; x=17/6;$$

Ответ: 17/6;

$$56.6 (1684). a) (2^{2x}+16)^{20} = (10 \cdot 2^x)^{20}; 2^{2x}-10 \cdot 2^x+16=0; 2^x=8, x=3, 2^x=2, x=1;$$

Ответ: 1; 3;

$$b) (\log_{0,1} x - 2)^3 = (2 \log_{0,1} x + 1)^3; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{0,1} x - 2 \log_{0,1} x - 3 = 0;$$

$$\log_{0,1} x = 3, x = 0,001; \log_{0,1} x = -1, x = 10;$$

Ответ: 10; 0,001.

$$1685 (c). a) \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right); 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(2x + \frac{\pi}{12}\right) = 0;$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n; x = \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2};$$

$$b) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8} - x\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right); \frac{\pi}{8} - x = \frac{\pi}{6} + 2x + \pi k; 3x + \pi k = -\frac{2\pi}{48},$$

$$x = -\frac{\pi}{72} + \frac{\pi k}{3}. \text{ Ответ: } -\frac{\pi}{72} + \frac{\pi n}{3};$$

$$в) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right); \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\frac{3x}{2} = 0;$$

$$x = \frac{2\pi n}{3}, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n. \text{ Ответ: } \frac{2\pi n}{3}; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n;$$

$$г) \operatorname{ctg} 2x = \operatorname{ctg} 3x; 3x = 2x + \pi k, x = \pi k, \text{ но } x \neq \frac{\pi n}{2}, x \neq \frac{\pi n}{3},$$

Ответ: нет решений.

$$56.7 (1686). a) 2^{x^2+3} - 8^{x+1} = 0; x^2+3 = 3x+3; x^2-3x=0; x=0, x=3. \text{ Ответ: } 0; 3$$

$$b) 27^{5-x^2} - 3^{x^2-1} = 0; 15-3x^2 = x^2-1; 4x^2=16; x=\pm 2. \text{ Ответ: } \pm 2.$$

$$1687 (c). a) 2^{\log_8 x - \log_8 x^2 + 2,5} = (2\sqrt{2}+1)^2 - 9; 2^{\log_8 x - \log_8 x^2 + 2,5} = 2^3 + 4\sqrt{2} - 8,$$

$$2 \log_8 x^2 - \log_8 x = 0; \log_8 x = 0; x = 1;$$

$$b) 3^{\cos x} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}; \cos x + 1,5 = 1; \cos x = -(1/2); x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

$$56.8 (1688). \text{ а) } (\sqrt{3})^{\lg x} = \frac{3\sqrt{27}}{3^{\lg x}}, \frac{1}{2} \operatorname{tg} x = 1,5 - \operatorname{tg} x; \operatorname{tg} x = 1; x = \frac{\pi}{4} + \pi n;$$

$$\text{б) } (\sqrt{2})^{2 \cos x} = \frac{1}{2 \cdot 2^{\cos x}} \cdot \cos x = -\cos x - 1; \cos x = -\frac{1}{2}; x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

$$56.9 (1689). \text{ а) } \log_{\frac{2}{3}}(7x+9) - \log_{\frac{2}{3}}(8-x) = 1; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 7x+9 > 0 \\ 8-x > 0 \end{cases}; -\frac{9}{7} < x < 8;$$

$$7x - 9 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3}x; 23x = -11; x = -\frac{11}{23}. \text{ Ответ: } -\frac{11}{23}.$$

$$\text{б) } \log_{1,2}(3x-1) + \log_{1,2}(3x+1) = \log_{1,2} 8; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 3x-1 > 0 \\ 3x+1 > 0 \end{cases}; x > \frac{1}{3};$$

$$9x^2 = 9; x = 1, x = -1; x = -1 \text{ — не входит в ОДЗ. Ответ: } 1.$$

$$56.10 (1690). \text{ а) } x^3 - 9x^2 + 20x = 0; x(x^2 - 9x + 20) = 0; x(x-4)(x-5) = 0, \\ x = 0, x = 4, x = 5;$$

$$\text{б) } x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0; (x^2 - 9)(x+1) = 0; (x+1)(x-3)(x+3) = 0; \\ x = \pm 3, x = -1$$

$$1690 \text{ (с). а) } x^3 - 9x^2 + 20x = 0; x(x^2 - 9x + 20) = 0; x(x-4)(x-5) = 0; \\ x = 0, x = 4, x = 5;$$

$$\text{б) } x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0; x(x^2 - 4) - 3(x^2 - 4) = 0;$$

$$(x-2)(x+2)(x-3) = 0; x = \pm 2, x = 3;$$

$$\text{в) } x^5 + 8x^4 + 12x^3 = 0; x^3(x^2 + 8x + 12) = 0; x^3(x+6)(x+2) = 0;$$

$$x = 0, x = -2, x = -6;$$

$$\text{г) } x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0; (x^2 - 9)(x+1) = 0; (x+1)(x-3)(x+3) = 0;$$

$$x = \pm 3, x = -1.$$

$$56.11 (1691). \text{ а) } \sqrt{x^5} - 3\sqrt{x^3} - 18\sqrt{x} = 0; \text{ ОДЗ: } x \geq 0; \sqrt{x}(x^2 - 3x - 18) = 0,$$

$$\sqrt{x}(x-6)(x+3) = 0; x = 0, x = 6, x = -3;$$

$$x = -3 \text{ — не входит в ОДЗ.}$$

$$\text{Ответ: } 0; 6;$$

$$\text{б) } \sqrt[4]{x^9} - 2\sqrt[4]{x^5} - 15\sqrt[4]{x} = 0; \text{ ОДЗ: } x \geq 0; \sqrt[4]{x}(x^2 - 2x - 15) = 0;$$

$$\sqrt[4]{x}(x-5)(x+3) = 0; x = 0, x = 5, x = -3; x = -3 \text{ — не входит в ОДЗ.}$$

$$\text{Ответ: } 0; 5$$

$$56.12 (1692). \text{ а) } 2^x \cdot x - 4x - 4 + 2^x = 0; 2^x(x-1) - 4(x+1) = 0;$$

$$(x+1)(2^x - 4) = 0; x = -1; x = 2;$$

$$\text{б) } 3^x \cdot x - 3^{x+1} + 27 - 9x = 0; 3^x(x-3) - 9(x-3) = 0;$$

$$(x-3)(3^x - 9) = 0; x = 2, x = 3;$$

$$56.13 (1693). \text{ а) } 2x^2 \sin x - 8 \sin x + 4 - x^2 = 0; x^2(2 \sin x - 1) - 4(2 \sin x - 1) = 0,$$

$$(2 \sin x - 1)(x-2)(x+2) = 0; x = 2, x = -2, x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k,$$

$$\text{б) } 2x^2 \cos x - 9 = 18 \cos x + x^2; x^2(2 \cos x - 1) - 9(2 \cos x - 1) = 0,$$

$$(2 \cos x - 1)(x-3)(x+3) = 0, x = \pm 3, x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

56.14 (1694). а) $\sin 2x = \sin x$; $\sin x (2\cos x - 1) = 0$; $x = \pi n$, $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$.

б) $\cos^2(\pi - x) + \sin 2x = 0$; $\cos x (\cos x + 2 \sin x) = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$;

$\cos x + 2\sin x = 0$; $\operatorname{ctg} x = -\frac{1}{2}$; $x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi n$;

в) $\sqrt{3} \cos 3x = \sin 6x$; $\cos 3x (\sqrt{3} - 2 \sin 3x) = 0$; $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}$,

$x = (-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$;

г) $\sin^2(\pi + \frac{x}{2}) - \frac{1}{2} \sin x = 0$; $\sin \frac{x}{2} (\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}) = 0$;

$\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} \sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}) = 0$; $x = 2\pi n$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$.

56.15 (1695). а) $8x^6 + 7x^3 - 1 = 0$; пусть $x^3 = a$, тогда получим: $8a^2 + 7a - 1 = 0$;

$a = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$; $a = -1 \Rightarrow x = -1$;

Ответ: $\frac{1}{2}$; -1 ;

б) $x^8 + 3x^4 - 4 = 0$; пусть $x^4 = a \geq 0$, тогда получим: $a^2 + 3a - 4 = 0$;

$a = 1 \Rightarrow x = \pm 1$; $a = -4$ — не подходит. Ответ: ± 1 .

56.16 (1696). а) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} - 6\sqrt{x-1} = 7$; $\sqrt{x-1} = a \geq 0$; $a^2 - 6a - 7 = 0$;

$a = 7 \Rightarrow x = 50$; $a = -1$ — не подходит. Ответ: 50.

б) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 6 = 5\sqrt{2-x}$; $\sqrt{2-x} = a \geq 0$; $a^2 - 5a - 6 = 0$;

$a = 6 \Rightarrow x = -34$; $a = -1$ — не подходит. Ответ: -34 .

56.17 (1697). а) $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} + 4 \sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} = 4$; $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} = a > 0$; $a + (4/a) = 4$,

$a^2 - 4a + 4 = 0$; $a = 2$; $2x + 3 = 8x - 4$; $6x = 7$; $x = 7/6$;

б) $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} + 5 \sqrt{\frac{x+3}{5x-1}} = 6$; $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} = a > 0$; $a + \frac{5}{a} = 6$; $a^2 - 6a + 5 = 0$;

$a = 1 \Rightarrow x = 1$; $a = 5 \Rightarrow 5x - 1 = 25x + 75$; $20x = -76$; $x = -3,8$;

Ответ: 1; $-3,8$.

56.18 (1698). а) $2^x + 2^{x-1} = 3$; $2^x = a > 0$; $a + \frac{2}{a} = 3$; $a^2 - 3a + 2 = 0$;

$a = 1 \Rightarrow x = 0$; $a = 2 \Rightarrow x = 1$.

Ответ: 0; 1.

б) $25^{-x} - 50 = 5^{-x+1}$; $5^{-x} = a > 0$; $a^2 - 5a - 50 = 0$; $a = 10 \Rightarrow x = -\log_5 10$;
 $a = -5$ — не подходит.

Ответ: $-\log_5 10$.

в) $5^x + 4 = 5^{2x+1}$; $5 \cdot 5^{2x} - 5^x - 4 = 0$; $a = 5^x > 0$; $5a^2 - a - 4 = 0$;

$a = -\frac{4}{5} < 0$ — не подходит; $a = 1 \Rightarrow x = 0$. Ответ: 0.

г) $3^{x+1} - 29 = -18 \cdot 3^{-x}$; $3^x = a > 0$; $3 \cdot a^2 - 29a + 18 = 0$;

$a = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \log_3 2 - 1$; $a = 9 \Rightarrow x = 2$;

Ответ: 2; $\log_3 2 - 1$.

56.19 (1699). а) $7^{2x+1} - 50 \cdot 7^x = -7$; $7^x = a > 0$; $7a^2 - 50a + 7 = 0$; $a = 1/7 \Rightarrow x = -1$;
 $a = 7 \Rightarrow x = 1$.

Ответ: ± 1 .

б) $\log_2^2 x + 12 = 7 \log_2 x$; $\log_2 x = a$; $a^2 - 7a + 12 = 0$; $a = 3 \Rightarrow x = 8$;

$a = 4 \Rightarrow x = 16$.

Ответ: 8; 16.

в) $4 \sin^2 x + 4 = 17 \sin x$; $\sin x = a$, $|a| \leq 1$; $4a^2 - 17a + 4 = 0$;

$a = 1/4 \Rightarrow x = (-1)^k \arcsin(1/4) + \pi n$. $a = 4 > 1$ — не подходит;

Ответ: $(-1)^k \arcsin(1/4) + \pi n$;

г) $\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 2 = 0$; $\sqrt[6]{x} = a > 0$; $a^2 - a - 2 = 0$; $a = 2 \Rightarrow x = 64$;

$a = -1 > 0$ — не подходит;

Ответ: 64.

56.20 (1700). а) $\lg^2 x^2 + \lg 10x - 6 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $a = \lg x$; $4a^2 + a - 5 = 0$;

$a = -\frac{5}{4} \Rightarrow x = 10^{-(5/4)}$; $a = 1 \Rightarrow x = 10$;

Ответ: 10; $10^{-(5/4)}$.

б) $3^x + 3^{-x+1} = 4$; $3^x = a > 0$; $a^2 - 4a + 3 = 0$; $a = 3 \Rightarrow x = 1$; $a = 1 \Rightarrow x = 0$.

Ответ: 0; 1;

в) $2\cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0$; $\cos x = a$, $|a| \leq 1$; $2a^2 - 7a - 4 = 0$;

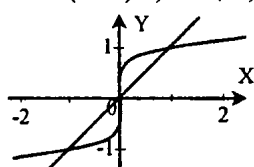
$a = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $a = 4 > 1$ — не подходит;

Ответ: $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$;

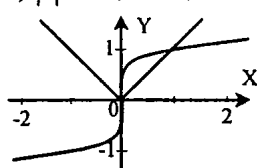
г) $5^{2\sqrt{x}} + 125 = 6 \cdot 5^{\sqrt{x+1}}$; $5^{\sqrt{x}} = a > 0$; $a^2 - 30a + 125 = 0$; $a = 5 \Rightarrow x = 1$;
 $a = 25 \Rightarrow x = 4$.

Ответ: 1; 4.

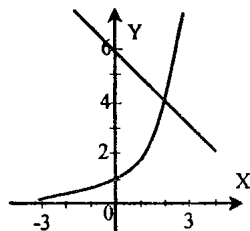
56.21 (1701). а) $x = \sqrt[3]{x}$; $x = 0$; $x = \pm 1$.



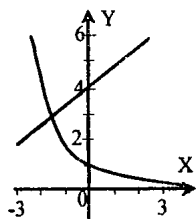
б) $|x| = \sqrt[3]{x}$; $x = 1$; $x = 0$ (см. рис.)



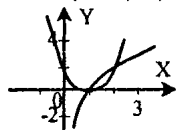
56.22 (1702). а) $2^x = 6 - x$; $x = 2$ (см. рис.)



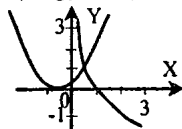
б) $(1/3)^x = x + 4$; $x = -1$ (см. рис.)



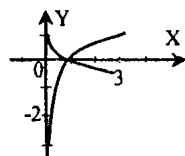
56.23 (1703). а) $(x - 1)^2 = \log_2 x$; $x = 1$; $x = 2$ (см. рис.)



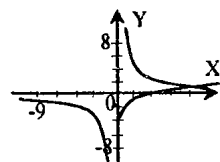
б) $\log_{1/2} x = (x + 1/2)^2$; $x = 1/2$ (см. рис.).



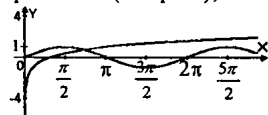
56.24 (1704). а) $1 - \sqrt{x} = \ln x$; $x = 1$ (см. рис.)



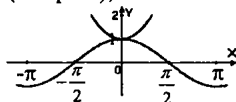
б) $\sqrt{x} - 2 = \frac{9}{x}$; $x = 9$ (см. рис.).



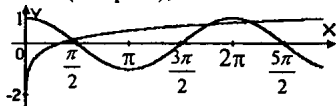
1705 (с). а) $\log_{\pi} x = \sin x$; 1 решение (см. рис.);



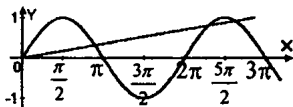
б) $x^2 + 1 = \cos x$; 1 решение (см. рис.);



в) $\log_{3\pi} x = \cos x$; 3 решения (см. рис.);



г) $\sin x = \frac{1}{9}x$; $x = 0$ — решение, при $x > 0$ — 3 решения (см. рис.) и в силу нечетности обеих частей уравнения при $x < 0$ также 3 решения; т.е. всего 7 решений.



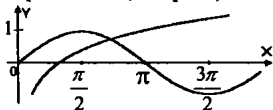
1706 (с). а) $2^x = \sin x$, $x \in [0; +\infty)$; при $x = 0$ $2^0 = 1 \neq 0 = \sin 0$; при $x > 0$ $2^x > 1$, $\sin x \leq 1$, значит, решений нет;

б) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \cos x$, $x \in (-\infty; 0]$; при $x = 0$, $\frac{4}{5}^x = 1 = \cos 0$; при $x < 0$ $\left(\frac{4}{5}\right)^x > 1$, $\cos x$

≤ 1 , т.е. имеется 1 решение — $x = 0$;

в) $7^x = \cos x$, $x \in [0; +\infty)$; рассуждения аналогичны предыдущему пункту; 1 решение;

г) $\log_3 x = \sin x$, $x \in (0; 3]$; 1 решение (см. рис.).



1707 (с). а) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$; $(x^3 - x) - (6x^2 - 6x) + (6x - 6) = 0$;

$(x-1)(x^2 - 5x + 6) = 0$; $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$; $x = 1, x = 2, x = 3$;

б) $x^3 + 7x^2 - 6 = 0$; $x^2(x+1) + 6(x^2-1) = 0$; $(x+1)(x^2+6x-6) = 0$; $x = -1$,

$x = -3 \pm \sqrt{15}$;

в) $x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = 0$; $x^2(x+2) + 3(x+2) = 0$; $(x^2+3)(x+2) = 0$; $x = -2$;

г) $x^3 + 4x^2 - 24 = 0$; $(x-2)(x^2+6x+12) = 0$; $(x-2)((x+3)^2+3) = 0$; $x = 2$.

56.25 (1708). а) $(x-1)^4 + 36 = 13(x^2 - 2x + 1)$; $(x-1)^4 - 13(x-1)^2 + 36 = 0$;

1) $(x-1)^2 = 4$; $x = 3, x = -1$; 2) $(x-1)^2 = 9$; $x = 4, x = -2$;

Ответ: 3; 4; -1; -2;

$$6) (2x+3)^4 - 9 = 8(4x^2+12x+9); (2x+3)^4 - 8(2x+3)^2 - 9 = 0;$$

$$1) (2x+3)^2 = 9; x = 0, x = -3; 2) (2x+3)^2 = -1; \text{ нет решений};$$

Ответ: 0; -3.

$$1709 \text{ (c). а) } (x^2 - 5x + 7)^2 - (x-2)(x-3) = 1; x^2 - 5x + 7 = a; a^2 - a + 1 = 1,$$

$$1) a = 0; x^2 - 5x + 7 = 0; \text{ решений нет}; 2) a = 1; x^2 - 5x + 6 = 0; x = 2, x = 3.$$

Ответ: 2; 3;

$$6) ((x-2)(x-4))^2 + 2(x-3)^2 - 2 = 0; (x^2 - 6x + 8)^2 + 2(x^2 - 6x + 9) - 2 = 0;$$

$$x^2 - 6x + 8 = a; a^2 + 2(a+1) - 2 = 0; a^2 + 2a = 0; a = 0, x = 2, x = 4$$

$$a = -2; x^2 - 6x + 10 = 0 - \text{ корней нет.}$$

Ответ: 2; 4.

$$1710 \text{ (c). а) } x(x-1)(x-2)(x-3) = 15; (x^2-3x)(x^2-3x+2) = 15; x^2-3x+1 = a;$$

$$a^2 = 16;$$

$$1) a = 4; x^2 - 3x - 3 = 0; x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2};$$

$$2) a = -4; x^2 - 3x + 5 = 0; \text{ решений нет.}$$

Ответ: $\frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$;

$$6) (x-1)(x+1)x(x+2) = 24; (x^2+x)(x^2+x-2) = 24; x^2+x-1 = a; a^2 = 25;$$

$$1) a = 5; x^2+x-6 = 0; x = -3, x = 2;$$

$$2) a = -5; x^2+x+4 = 0; \text{ решений нет};$$

Ответ: -3; 2.

$$1711 \text{ (c). а) } \frac{3}{x^2+x+1} = 3-x-x^2; x^2+x+1 = a; \frac{3}{a} = -a+4; a^2-4a+3 = 0;$$

$$1) a = 1; x^2+x = 0; x = 0, x = -1;$$

$$2) a = 3; x^2+x-2 = 0; x = -2, x = 1;$$

Ответ: 0; ± 1 ; -2;

$$6) \frac{x^2-x}{x^2-x+1} - \frac{x^2-x}{x^2-x+1} = 1; x^2-x = a; \frac{a}{a+1} - \frac{a+2}{a-2} = 1; a \neq -1; a \neq 2;$$

$$a^2 - 2a - a^2 - 3a - 2 = a^2 - a - 2; a^2 + 4a = 0;$$

$$1) a = 0; x^2 - x = 0; x = 0, x = 1;$$

$$2) a = -4; x^2 - x + 4 = 0; \text{ решений нет};$$

Ответ: 0; 1.

$$56.26 \text{ (1712). а) } \sqrt{6x^2-3} = \sqrt{5x-2}; \begin{cases} x \geq \frac{2}{5} \\ 6x^2-5x-1=0 \end{cases}; x = 1;$$

$$6) \sqrt{3x^2-5x} = \sqrt{x^2+2x-5}; \begin{cases} x \in (-\infty; 0] \cup [\frac{5}{3}; +\infty); \\ 2x^2-7x+5=0 \end{cases}; x = \frac{5}{2}.$$

$$56.27 \text{ (1713). а) } \sqrt{2x^2 - 11x + 6} = 2x - 9; \begin{cases} 2x^2 - 11x + 6 = 4x^2 - 36x + 81 \\ x \geq \frac{9}{2} \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 25x + 75 = 0 \\ x \geq \frac{9}{2} \end{cases}; x = 5, x = \frac{15}{2};$$

$$б) \sqrt{x^2 + 2x - 8} = 2x - 4; \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + 2x - 8 = 4x^2 - 16x + 16 \end{cases}; \begin{cases} 3x^2 - 18x + 24 = 0 \\ x \geq 2 \end{cases};$$

$$x = 4, x = 2.$$

$$56.28 \text{ (1714). а) } 16x - 15\sqrt{x} - 1 = 0; \sqrt{x} = 1, x = 1;$$

$\sqrt{x} = -(1/16)$ — не имеет решений.

Ответ: 1.

$$б) 2 - x + 3\sqrt{2-x} = 4; \sqrt{2-x} = a \geq 0; a^2 + 3a - 4 = 0; a = 1 \Rightarrow x = 1; a = -4 — не подходит.$$

Ответ: 1.

$$в) 3x - 8\sqrt{x} + 5 = 0; \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1; \sqrt{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{25}{9};$$

$$\text{Ответ: } 1; \frac{25}{9};$$

$$г) 5\sqrt{x+3} + x + 3 = 6; \sqrt{x+3} = a \geq 0; a^2 + 5a = 6; a = 1 \Rightarrow x = -2; a = -6 — не подходит.$$

Ответ: -2.

$$56.29 \text{ (1715). а) } \sqrt[3]{x} - \sqrt[10]{x} - 2 = 0; \sqrt[10]{x} = a \geq 0; a^2 - a - 2 = 0; a = 2 \Rightarrow x = 1024, a = -1 — не подходит;$$

Ответ: 1024;

$$б) \sqrt[4]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 3 = 0; \sqrt[3]{x} = 1 \Rightarrow x = 1; \sqrt[3]{x} = -3 — нет решений;$$

Ответ: 1;

$$в) \sqrt[3]{x} - 6\sqrt[6]{x} + 8 = 0; \sqrt[6]{x} = 4 \Rightarrow x = 4096; \sqrt[6]{x} = 2 \Rightarrow x = 64;$$

Ответ: 4096; 64;

$$г) 6\sqrt[4]{x} - 2\sqrt[3]{x} - 4 = 0; \sqrt[3]{x} = 1 \Rightarrow x = 1; \sqrt[3]{x} = -(2/3) — решений нет;$$

Ответ: 1.

$$56.30 \text{ (1716). а) } \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2}; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq -1 \end{cases}; x \geq 1; 2x + 2\sqrt{x^2 - 1} = 2;$$

$$\sqrt{x^2 - 1} = 1 - x; x \leq 1 \Rightarrow x = 1; \text{проверка: } \sqrt{2} = \sqrt{2};$$

Ответ: 1;

$$б) \sqrt{2x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{3}; \text{ОДЗ: } x \geq 1; 2x + 1 = x - 1 + 3 + 2\sqrt{3x-3};$$

$$x - 1 = 2\sqrt{3x-3}; \sqrt{x-1} (\sqrt{x-1} - 2\sqrt{3}) = 0; x = 1, x = 13;$$

Ответ: 1; 13.

$$56.31. \text{ а) } \sqrt{3x-1} + \sqrt{6x+2} = \sqrt{9x+1}; \text{ ОДЗ: } x \geq \frac{1}{3};$$

$$9x+1+2\sqrt{18x^2-2} = 9x+1; 18x^2-2=0; x = \frac{1}{3};$$

$x = -(1/3)$ — не входит в ОДЗ;

Ответ: $1/3$;

$$\text{ б) } \sqrt{6x-14} + \sqrt{5-x} = \sqrt{5x-9}$$

$$\text{ ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 2\frac{1}{3} \\ x \leq 5 \\ x \geq 1\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow x \in \left[2\frac{1}{3}; 5\right]$$

$$5x-9+2\sqrt{-6x^2+44x-70} = 5x-9$$

$$3x^2-22x+35=0 \Rightarrow x=5, x=2\frac{1}{3}$$

$$\text{ Ответ: } x=5; x=2\frac{1}{3}.$$

$$1717 \text{ (с). а) } \sqrt{3x-1} + \sqrt{6x+2} = \sqrt{9x+1}; \text{ ОДЗ: } x \geq \frac{1}{3};$$

$$9x+1+2\sqrt{18x^2-2} = 9x+1; 18x^2-2=0; x = \frac{1}{3};$$

$x = -(1/3)$ — не входит в ОДЗ;

Ответ: $1/3$;

$$\text{ б) } \sqrt{6x-14} - \sqrt{5-x} = \sqrt{5x-9}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 7/3 \\ x \leq 5 \\ x \geq 9/5 \end{cases}; x \in \left[\frac{7}{3}; 5\right],$$

$$5x-9-2\sqrt{-6x^2+44x-70} = 5x-9; 3x^2-22x+35=0; x=5, x=\frac{7}{3}.$$

Ответ: $5; 7/3$.

$$56.32 \text{ (1718). а) } x^2-4x-6 = \sqrt{2x^2-8x+12}; x^2-4x+6 = a \geq 0; a-12 = \sqrt{2a}.$$

$$\begin{cases} a^2-26a+144=0 \\ a \geq 12 \end{cases}; a=18; x^2-4x-12=0; x=6, x=-2;$$

Ответ: $6; -2$;

$$\text{ б) } \sqrt{2x^2-8x+12} + x^2 = 3x+7; x^2-3x+5 = a \geq 0; \sqrt{a} = -a+12;$$

$$\begin{cases} a^2-25a+144=0 \\ a \leq 12 \end{cases}, a=9; x^2-3x-4=0; x=4, x=-1,$$

Ответ: $4; -1$;

$$1719 \text{ (c). a) } \sqrt{2x^2 - 8x + 12} + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3; x^2 - 3x + 3 = a \geq 0;$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{a+3} = 3; \text{ ОДЗ: } a \geq 0; 2a + 3 + 2\sqrt{a^2 + 3a} = 9;$$

$$\sqrt{a^2 + 3a} = 3 - a; \begin{cases} a^2 + 3a = a^2 - 6a + 9 \\ a \leq 3 \end{cases}; a = 1; x^2 - 3x + 2 = 0; x = 2, x = 1,$$

Ответ: 2; 1;

$$\text{б) } \sqrt{x^2 + x + 7} + \sqrt{x^2 + x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 19}; x^2 + x + 2 = a \geq 0;$$

$$\sqrt{a+5} + \sqrt{a} = \sqrt{3a+13}; 2a + 5 + 2\sqrt{a^2 + 5a} = 3a + 13;$$

$$2\sqrt{a^2 + 5a} = a + 8; \begin{cases} 3a^2 + 4a - 64 = 0 \\ a \geq -8 \end{cases};$$

$$1) a = 4; x^2 + x - 2 = 0; x = -2, x = 1;$$

$$2) a = -(16/3); x^2 + x + (22/3) = 0; \text{ решений нет;}$$

Ответ: -2; 1.

$$56.33 \text{ (1720). a) } \sin^2 x + \cos^2 2x = 1; 1 - \cos 2x + 2\cos^2 2x = 2;$$

$$2\cos^2 2x - \cos 2x - 1 = 0;$$

$$1) \cos 2x = 1; 2x = 2\pi n; x = \pi n;$$

$$2) \cos 2x = -(1/2); 2x = \pm(2\pi)/3 + 2\pi n; x = \pm\pi/3 + \pi n;$$

Ответ: $\frac{\pi k}{3}$;

$$\text{б) } \cos^2 3x - \sin^2 3x - \cos 4x = 0; \cos 6x - \cos 4x = 0; \sin x \sin 5x = 0;$$

$$x = \frac{\pi n}{5}, x = \pi k; x = (\pi n)/5;$$

Ответ: $(\pi n)/5$.

$$56.34 \text{ (1721). a) } \cos 5x + \cos 7x - \cos 6x = 0; 2\cos 6x \cos x - \cos 6x = 0;$$

$$\cos 6x (2 \cos x - 1) = 0;$$

$$1) \cos x = 1/2; x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; 2) \cos 6x = 0; x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6};$$

Ответ: $\pm(\pi/3) + 2\pi n; (\pi/12) + (\pi n)/6;$

$$\text{б) } \sin 9x - \sin 5x + \sin 4x = 0; 2 \sin 2x (\cos 7x + \cos 2x) = 0;$$

$$\sin 2x \cos \frac{9x}{2} \cdot \cos \frac{5x}{2} = 0; x = \frac{\pi n}{2}; x = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}, x = \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi n}{5};$$

Ответ: $\frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}; \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi n}{5}.$

$$56.35 \text{ (1722). a) } \cos 6x - \cos 2x + \cos 8x - \cos 4x = 0; \sin 2x (\sin 4x + \sin 6x) = 0;$$

$$\sin 2x \sin 5x \cos x = 0; x = \frac{\pi n}{2}, x = \frac{\pi n}{5}, x = \frac{\pi}{2} + \pi n;$$

Ответ: $\frac{\pi n}{2}; \frac{\pi n}{5},$

$$\text{б) } \sin 3x - \sin x + \cos 3x - \cos x = 0; \sin x (\cos 2x - \sin 2x) = 0;$$

$$\sin x \sin(2x - (\pi/4)) = 0; x = \pi n, x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2};$$

Ответ: $\pi n; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$

56.36 (1723). а) $3 \operatorname{tg}^2 x - 8 = 4 \cos^2 x$; ОДЗ: $\cos x \neq 0$; $3 - 3 \cos^2 x - 8 \cos^2 x = 4 \cos^4 x$;
 $4 \cos^4 x + 11 \cos^2 x - 3 = 0$;

1) $\cos^2 x = \frac{1}{4}$; $\cos x = \pm \frac{1}{2}$; $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $x = \pm(\pi/3) + \pi n$;

2) $\cos^2 x = -3$; решений нет;

Ответ: $\pm(\pi/3) + \pi n$;

б) $4 \sin^2 x = 4 - 9 \operatorname{tg}^2 x$; $4 \sin^2 x = 4 - 9 \frac{\sin^2 x}{1 - \sin^2 x}$; $4 \sin^4 x - 17 \sin^2 x + 4 = 0$;

1) $\sin^2 x = \frac{1}{4}$; $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$; $x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$; $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$;

2) $\sin^2 x = 4$; решений нет;

Ответ: $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k$.

1724 (с). а) $\sin^3 x - \sin^2 x \cos x + 3 \cos^3 x = 3 \sin x \cos^2 x$;

$$\sin^2 x (\sin x - \cos x) - 3 \cos^2 x (\sin x - \cos x) = 0;$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) (\sin^2 x - 3 \cos^2 x) = 0;$$

1) $\sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$; 2) $\operatorname{tg}^2 x = 3$; $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$;

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n$

б) $\sin^3 x + 5 \sin^2 x \cos x = 6 \cos^3 x$; $\cos x \neq 0$, т.к. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ не являются

решениями;

$$\operatorname{tg}^3 x + 5 \operatorname{tg}^2 x - 6 = 0; (\operatorname{tg} x - 1) (\operatorname{tg}^2 x + 6 \operatorname{tg} x + 6) = 0;$$

1) $\operatorname{tg} x = 1$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$;

2) $\operatorname{tg}^2 x + 6 \operatorname{tg} x + 6 = 0$; $\operatorname{tg} x = -3 \pm \sqrt{3}$; $x = \operatorname{arctg}(-3 \pm \sqrt{3}) + \pi n$;

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\operatorname{arctg}(-3 \pm \sqrt{3}) + \pi n$.

56.37 (1725). а) $\sin x \cos x - 6 \sin x + 6 \cos x + 6 = 0$; $\cos x - \sin x = t$;

$$\sin x \cos x = -\frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}; 1 - t^2 + 12t + 12 = 0; t^2 - 12t - 13 = 0;$$

1) $t = 13$; $\cos x - \sin x = 13$; решений нет;

2) $t = -1$; $\sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \pi k$;

Ответ: $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \pi k$;

б) $5 \sin 2x - 11 \sin x - 11 \cos x + 7 = 0$; $\sin x + \cos x = t$;

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = t^2 - 1; 5t^2 - 11t + 2 = 0;$$

$$1) t = \frac{1}{5}; \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{10}; x = -\frac{\pi}{4} + (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{2}}{10} + \pi k;$$

$$2) t = 2; \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}; \text{решений нет};$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{4} + (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{2}}{10} + \pi k.$$

$$1726 \text{ (с). а) } 8^{\sqrt{x}} - 3 \cdot 4^{\sqrt{x}} - 3 \cdot 2^{\sqrt{x}+1} + 8 = 0; 2^{3\sqrt{x}} - 3 \cdot 2^{2\sqrt{x}} - 6 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 8 = 0;$$

$$(2^{\sqrt{x}} - 1)(2^{2\sqrt{x}} - 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 8) = 0;$$

$$1) 2^{\sqrt{x}} = 1; x = 0; \quad 2) 2^{2\sqrt{x}} - 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 8 = 0; 2^{\sqrt{x}} = 4; x = 4;$$

$$2^{\sqrt{x}} = -2 \text{ — не имеет решений};$$

$$\text{Ответ: } 0; 4;$$

$$б) 4^{\log_5 x} - 6 \cdot 2^{\log_5 x} + 2^{\log_5 125} = 0; 2^{2\log_5 x} - 6 \cdot 2^{\log_5 x} + 8 = 0;$$

$$1) 2^{\log_5 x} = 4; x = 25; \quad 2) 2^{\log_5 x} = 2; x = 5;$$

$$\text{Ответ: } 25; 5.$$

$$56.38 \text{ (1727). а) } 2^x \cdot 5^{\frac{1+x}{x}} = 50; 2^x \cdot 5^{\frac{1}{x}} = 10; \frac{1}{x} + x \log_5 2 = \log_5 10.$$

$$x^2 \log_5 2 - x \log_5 10 + 1 = 0;$$

$$D = \log_5^2 10 - 4 \log_5 2 = 1 + 2 \log_5 2 + \log_5^2 2 - 4 \log_5 2 = (1 - \log_5 2)^2;$$

$$x = \frac{1 + \log_5 2 + 1 - \log_5 2}{2 \log_5 2} = \log_2 5; x = \frac{1 + \log_5 2 + 1 - \log_5 2}{2 \log_5 2} = 1;$$

$$\text{Ответ: } 1; \log_2 5;$$

$$б) 3^x \cdot 2^{\frac{3}{x}} = 24; \frac{3}{x} + x \log_2 3 = 3 + \log_2 3; x^2 \log_2 3 - (3 + \log_2 3)x + 3 = 0;$$

$$x = \frac{3 + \log_2 3 \pm (3 - \log_2 3)}{2 \log_2 3}; x = \frac{6}{2 \log_2 3} = 3 \log_3 2; x = 1; \text{ Ответ: } 3 \log_3 2; 1;$$

$$в) 3^{x-1} \cdot 625^{\frac{x-2}{x-1}} = 225; 3^{x-1} \cdot 625^{\frac{1+x}{x}} = \frac{9}{25};$$

$$x - 1 + \frac{1}{1-x} \log_3 625 = 2 - \log_3 25;$$

$$(x-1)^2 - (x-1)(2 - 2 \log_3 5) - 4 \log_3 5 = 6;$$

$$1) x-1 = 2; x = 3; \quad 2) x-1 = -2 \log_3 5; x = 1 - 2 \log_3 5;$$

$$\text{Ответ: } 3; 1 - 2 \log_3 5;$$

$$г) 5^x \cdot 2^{\frac{2+x}{x}} = 40; 5^x \cdot 2^{\frac{2}{x}} = 20; x + \frac{2}{x} \log_5 2 = 1 + \log_5 4;$$

$$x^2 - x(1 + 2 \log_5 2) + 2 \log_5 2 = 0; x = 1, x = 2 \log_5 2;$$

$$\text{Ответ: } 1; 2 \log_5 2.$$

$$1728 \text{ (c). a) } \log_{0,2} \sqrt{5x-4} = \log_{0,2} x; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 5x-4 > 0 \\ x > 0 \end{cases}; x > \frac{4}{5};$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0; x = 4, x = 1;$$

$$\text{б) } \log_7 \sqrt{3x^2 - 7x + 9} = \log_7 (x + 2); \text{ ОДЗ: } x > -2; 3x^2 - 7x + 9 = x^2 + 4x + 4;$$

$$2x^2 - 11x + 5 = 0; x = \frac{1}{2}, x = 5;$$

$$\text{в) } \log_3 (x - 1) = \log_3 \sqrt{6x - 11}; \text{ ОДЗ: } x > \frac{11}{6}; x^2 - 8x + 12 = 0; x = 6, x = 2;$$

$$\text{г) } \log_{0,4} x = \log_{0,4} \sqrt{x^2 + x}; \text{ ОДЗ: } x > 0; x^2 = x^2 + x;$$

$x = 0$ — не входит в ОДЗ;

Ответ: нет решений.

$$1729 \text{ (c). a) } \log^2_{0,5} x + 12 = 7 \log_2 x; \log^2_2 x - 7 \log_2 x + 12 = 0;$$

$$1) \log_2 x = 3; x = 8; 2) \log_2 x = 4; x = 16;$$

Ответ: 8; 16;

$$\text{б) } \log^2_{0,5} x - 6 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{x} + 8 = 0; \log^2_{0,5} x - 6 \log_{\frac{1}{2}} x + 8 = 0;$$

$$1) \log_{0,5} x = 4; x = \frac{1}{16}; 2) \log_{0,5} x = 2; x = \frac{1}{4};$$

Ответ: $\frac{1}{16}; \frac{1}{4};$

$$\text{в) } 9 \log^2_8 x = 11 \log_2 x + 12; \log^2_2 x - 11 \log_2 x - 12 = 0;$$

$$1) \log_2 x = 12; x = 4096; 2) \log_2 x = -1; x = \frac{1}{2};$$

Ответ: 4096; $\frac{1}{2};$

$$\text{г) } \sqrt{\log_2 x + 11} = 3 \log_8 x - 1; \begin{cases} \log_2 x + 11 = \log^2_2 x - 2 \log_2 x + 1 \\ 3 \log_8 x \geq 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \log^2_2 x - 3 \log_2 x - 10 = 0 \\ x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} \log_2 x = 5 \\ \log_2 x = -2; x = 32, x = \frac{1}{4} \\ x \geq 2 \end{cases};$$

Ответ: 32; 1/4.

$$1730 \text{ (c). a) } \log_{x+1} (x^2 - 3x + 1) = 1; x^2 - 3x + 1 = x + 1; x^2 - 4x = 0; x = 0, x = 4;$$

подстановкой убеждаемся, что $x = 0$ — не подходит, $x = 4$ — подходит;

Ответ: 4;

$$\text{б) } \log_x (2x^2 - 3x - 4) = 2; 2x^2 - 3x - 4 = x^2;$$

$x = 4$ — подходит; $x = -1$ не подходит;

Ответ: 4.

1731 (c). а) $\ln(0,2^x - 7) = \ln(9 - 3 \cdot 0,2^x)$; ОДЗ: $\begin{cases} 0,2^x > 7; \\ 0,2^x < 3 \end{cases}$; нет решений;

б) $9^{\log_3 x} - 12 \cdot 3^{\log_3 x} + 3^{\log_3 27} = 0$; $\begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 12x + 27 = 0 \end{cases}$; $x = 3, x = 9$;

в) $e^{\lg(x-2)} \cdot \frac{1}{e} = (e^{-1})^{\lg(x+1)}$; $\lg(x-2) - 1 = -\lg(x+1)$;

$$\begin{cases} \lg(x^2 - x - 2) = 1 \\ x \geq 2 \\ x \geq -1 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - x - 12 = 0 \\ x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ x = -3; x = 4; \\ x \geq 2 \end{cases}$$

г) $\log_5(2 + 3 \cdot 5^{-x}) = x + 1$; $2 + 3 \cdot 5^{-x} = 5 \cdot 5^{-x}$; $5 \cdot 5^{-2x} - 2 \cdot 5^{-x} - 3 = 0$;

1) $5^{-x} = 1$; $x = 0$; 2) $5^x = -(3/5)$; нет решений;

Ответ: 0.

1732 (c). а) $10^{\ln^2(3x-e) - 5\ln(2x+e)} = (0,1)^{\ln(2x+e)^5 - 1}$;

$1 - 5 \ln(2x+e) = \ln^2(3x-e) - 5 \ln(2x+e)$; $\ln^2(3x-e) = 1$;

$$\begin{cases} 3x - e = e \\ 3x - e = 1/e \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{2e}{3} \\ x = \frac{e^2 + 1}{3e} \end{cases}; \text{проверкой убеждаемся, что оба корня подходят};$$

Ответ: $\frac{2e}{3}$; $\frac{e^2 + 1}{3e}$;

б) $\lg(9^x + 3^{x+1} - 1) - \lg(3^x - 2 \cdot 9^x) = 0$; $3^{2x} + 3 \cdot 3^x - 1 = 3^x - 2 \cdot 3^{2x}$;
 $3 \cdot 3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 1 = 0$;

1) $3^x = \frac{1}{3}$; $x = -1$ — подходит; 2) $3^{x^2} - 1$; нет решений;

Ответ: -1.

1733 (c). а) $\log_{10}(\lg(x+1) - 1)^{-1} = \log_{0,7}(3 \lg(x+1) - 1) - \log_{0,7}(\lg(x+1) + 3)$;

$\lg^2(x+1) + 2 \lg(x+1) - 3 = 3 \lg(x+1) - 1$; $\lg^2(x+1) - \lg(x+1) - 2 = 0$;

1) $\lg(x+1) = 2$; $x = 99$ — подходит; 2) $\lg(x+1) = -1$ — нет решений;

Ответ: 99;

б) $\log_{\sqrt{3}}(3x - 2\sqrt{3x-1}) = 2 \log_3(2\sqrt{3x-1} + 1)$; $3x - 1 = 4\sqrt{3x-1}$;

$\sqrt{3x-1}(\sqrt{3x-1} - 4) = 0$;

1) $\sqrt{3x-1} = 0$; $x = \frac{1}{3}$ — подходит;

2) $\sqrt{3x-1} = 4$; $x = \frac{17}{3}$ — подходит;

Ответ: $\frac{1}{3}$; $\frac{17}{3}$.

1734 (c). a) $\lg^2 x - 5 |\lg x| = 0$; 1) $|\lg x| = 0$; $x = 1$; 2) $|\lg x| = 5$; $x = 10^{\pm 5}$,
 Ответ: 1; $10^{\pm 5}$;

б) $\ln^2 x - \frac{3 \ln^2 x}{|\ln x|} = 0$; $\ln^2 x \left(1 - \frac{3}{|\ln x|}\right) = 0$; $|\ln x| = 3$; $x = e^{\pm 3}$;

Ответ: $e^{\pm 3}$.

1735 (c). a) $\log_{0,5}^2 x - 3 |\log_{0,5} x| + \log_{0,5} x = 0$;

1) $x \in (0; 1]$, т.е. $|\log_{0,5} x| = \log_{0,5} x$; $\log_{0,5}^2 x - 2 \log_{0,5} x = 0$;

$$\begin{cases} \log_{0,5} x = 0 \\ \log_{0,5} x = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 1/4 \end{cases};$$

2) $x \geq 1$, т.е. $|\log_{0,5} x| = -\log_{0,5} x$; $\log_{0,5}^2 x + 4 \log_{0,5} x = 0$;

$$\begin{cases} \log_{0,5} x = 0 \\ \log_{0,5} x = -4 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 16 \end{cases};$$

Ответ: 1; 16 ; $\frac{1}{4}$;

б) $\lg^2 x - 9 |\lg x| - \lg x = 0$;

1) $x \in (0; 1]$, т.е. $|\lg x| = -\lg x$; $\lg^2 x + 8 \lg x = 0$; $\begin{cases} \lg x = 0 \\ \lg x = -8 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 10^{-8} \end{cases}$;

2) $x \geq 1$, т.е. $|\lg x| = \lg x$; $\lg^2 x - 10 \lg x = 0$; $\begin{cases} \lg x = 0 \\ \lg x = 10 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 10^{10} \end{cases}$;

Ответ: 10^{-8} ; 1; 10^{10} .

1736 (c). a) $\log_{\frac{1}{6}} (2 \sin x - 1) = \log_{\frac{1}{6}} (2 - \sin^2 x)$; $\sin^2 x + 2 \sin x - 3 = 0$;

$$\begin{cases} \sin x = -3 \\ \sin x = 1 \end{cases}; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n;$$

б) $\log_5 (2 \cos^2 x - 1) = \log_5 (-11 \cos x + 5)$; $2 \cos^2 x + 11 \cos x - 6 = 0$;

$$\begin{cases} \cos x = 1/2 \\ \cos x = -6 \end{cases}; \text{т.к. } -(11/2) + 5 < 0 \text{ и } |\cos x| \leq 1, \text{ то решений нет.}$$

1737 (c). a) $\log_2 \sin x = \log_2 (-\cos x)$;

$$\begin{cases} \sin x + \cos x = 0 \\ \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}; \begin{cases} \sin(x + \pi/4) = 0 \\ \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -(\pi/4) + \pi n \\ \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}; x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n;$$

б) $\log_3 \cos x = \log_3 (-\sin x)$.

$$\begin{cases} \cos x + \sin x = 0 \\ \sin x < 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -(\pi/4) + \pi n \\ \sin x < 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}; x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n.$$

1738 (с). а) $\sqrt{x} \sin x \log_2 x = 0$;

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sqrt{x} = 0 \\ \log_2 x = 0 \\ x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = \pi n \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x > 0 \end{cases};$$

Ответ: $\pi n, n > 0; 1$.

б) $\sqrt{3x+1} \cos 2x \lg x = 0$;

$$\begin{cases} \sqrt{3x+1} = 0 \\ \cos 2x = 0 \\ \lg x = 0 \\ 3x+1 \geq 0, x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -(1/3) \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} \\ x = 1 \\ x > 0 \end{cases};$$

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \geq 0; 1$.

56.39 (1739). а) $2^{5x-1} (\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}) \log_{0,5} (x+4) = 0$;

$$\begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \log_{0,5} (x+4) = 0 \\ x > -4 \end{cases}; \begin{cases} x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n \\ x = -3 \\ x > -4 \end{cases};$$

Ответ: $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \geq 0, -3$.

б) $(\sin 2x + \cos 2x) (x - 8\sqrt{2x-15}) = 0$; ОДЗ: $x > 7,5$;

1) $\sin 2x + \cos 2x = 0$; $\sin (2x + (\pi/4)) = 0$;

$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$; $n \geq 6$ (т.к. x должен входить в ОДЗ);

2) $x = 8\sqrt{2x-15}$; $x^2 - 128x + 960 = 0$; $x = 8, x = 120$;

Ответ: $8; 120, -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \geq 6$.

1740 (с). а) $1+x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$; очевидно. $x = 0$ — корень;

т.к. $1+x^2 > 1, \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} < 1$ при всех $x \neq 0$, то других корней, кроме $x = 0$, нет;

Ответ: 0 .

б) $3 - x^2 = 2^{|x|}$; пусть $x \geq 0$; т.к. парабола убывает на этом промежутке, а $2^{|x|}$ возрастает, то пересечение может быть только одно — в силу четности функций $y = 3 - x^2$ и $y = 2^{|x|}$ $x = -1$ — также корень и других корней, кроме $x = \pm 1$, не будет;
 Ответ: 1.

1741 (с). а) $2 - x - \sqrt[5]{x} = 0$;

$2 - x = \sqrt[5]{x}$; $y = 2 - x$ — убывает, а $y = \sqrt[5]{x}$ — возрастает, значит, графики этих функций имеют только одну общую точку $-x = 1$;

Ответ: 1;

б) $\log_5 x + (x - 5)^3 = 1$;

ОДЗ: $x > 0$, при $x > 0$, $y = \log_5 x$ возрастает и $y = (x - 5)^3$ — возрастает $\Rightarrow y = \log_5 x + (x - 5)^3$ — возрастает; значит график этой функции может иметь только одно пересечение с прямой $y = 1$; легко видеть, что пересечение будет при $x = 5$;

Ответ: 5.

56.40 (1742). а) $\sin \frac{5\pi}{4} x = x^2 - 4x + 5$; функция $y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$

принимает минимальное значение 1 при $x = 2$; функция $y = \sin \frac{5\pi}{4} x$

принимает значение 1 при $x = \frac{2}{5} + \frac{8n}{5} \Rightarrow x = 2$ — единственный корень (т.к.

$x^2 - 4x + 5 > 1$ при $x \neq 1$, а $\sin \frac{5\pi}{4} x \leq 1$); Ответ: 2;

б) $-\cos 7\pi x = x^2 - 6x + 10$; рассуждая аналогично предыдущему пункту получим: $x = 3$;

Ответ: 3.

56.41 (1743). а) $\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10} = 2$;

функция $y = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ принимает минимальное значение $y = 1$ при $x = 1$;

функция $\log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10}$ принимает минимальное значение $y = 1$ при $x = 1$;

Ответ: 1;

б) $(x - 7)^6 + \log_5 \sqrt{x^2 - 14x + 74} = 1$;

рассуждая аналогично предыдущему пункту, получим: $x = 7$;

Ответ: 7.

56.42 (1744). а) $\log_2 (x^2 - 4x + 8) = \sin \frac{5\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$; функция $y = \log_2 (x^2 -$

$4x + 8)$ принимает минимальное значение $y = 2$ при $x = 2$, при $x \neq 2$, $y > 2$;

функция $y = \sin \frac{5\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$ принимает максимальное значение $y = 2$ при

$x = 2$; при $x \neq 2$, $y \leq 2$; Ответ: 2.

б) $\log_3(x^2 + 4x + 13) = \cos \pi x - \sin \frac{\pi x}{4}$ рассуждая аналогично предыдущему

пункту, получим: $x = -2$;

Ответ: -2 .

§ 57. Решение неравенств с одной переменной

57.1 (1745). а) $x^2 - 9 \leq 0$; 1) $|x| \leq 3$; 2) $x^4 \leq 81$; 3) $x^6 \leq 729$;

б) $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$; 1) $x(x-3) > 0$; 2) $\frac{3-x}{x} < 0$; 3) $\frac{3}{x} - 1 < 0$.

1746 (с). а) $\log_{0,2} x < 0$; 1) $\log_5 x > 0$; 2) $\log_{0,2} x < 1$; 3) $x > 1$;

б) $10^{x-3} < 1$; 1) $\frac{10^x}{1000} < 1$; 2) $10^x < 1000$; 3) $x < 3$.

57.2 (1747). а) $\sin x + 2 \log_3 x > 20$ и $\sin x > 20 - 2 \log_3 x$; являются равносильными, т.к. перенос из одной части уравнения в другую не нарушает равносильности;

б) $\frac{\sin x}{\sqrt{x^2+1}} \geq 1$ и $\sin x \geq \sqrt{x^2+1}$ являются равносильными, т.к. $\sqrt{x^2+1} > 0$,

поэтому домножив на него, мы не нарушим равносильности;

в) $13 - 13^{x^2-4} \geq 10^x$ и $13 \geq 10^x + 13^{x^2-4}$; являются равносильными, т.к. перенос не нарушает равносильности;

г) $10^{4x-1} \lg(x^2-4) < 0$ и $\lg(x^2-4) < 0$; являются равносильными, т.к. $10^{4x-1} > 0$, поэтому разделив на него, мы не нарушим равносильности.

57.3 (1748). а) $\lg(x^2+9) > \lg(2x^2+4) \Leftrightarrow x^2+9 > 2x^2+4$ (т.к. $x^2+9 > 0$ и $2x^2+4 > 0$);

б) $1,4^{7x-9} \leq 1,4^{x^2-6} \Leftrightarrow 7x-9 \leq x^2-6$;

в) $\sqrt[5]{4x-9} \geq \sqrt[5]{7x+9} \Leftrightarrow 4x-9 \geq 7x+9$;

г) $\log_{0,2}(16x^2+8) < \log_{0,2}(x^2+1)$, $16x^2+8 > x^2+1$.

57.4 (1749). а) $\begin{cases} 3x-11 > 2x+13 \\ 17x+9 < 9x+99 \end{cases}; \begin{cases} x > 24 \\ x < \frac{45}{4} \end{cases}$; нет решений;

б) $\begin{cases} 6x+2 \leq 4x+24 \\ 2x-1 \geq x+7 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 11 \\ x \geq 8 \end{cases}; x \in [8; 11]$.

57.5 (1750). а) $\begin{cases} (x+1)^2 - (x-1)^2 \geq 12 \\ (x+4)(x-4) - (x+2)^2 < 9 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 3 \\ x > -\frac{29}{4} \end{cases}; x \in [3; +\infty)$;

б) $\begin{cases} (x-2)(x^2+2x+4) - x^3 < 8x \\ 3x-16 \leq x \end{cases}; \begin{cases} x^3-8-x^3 < 8x \\ 2x \leq 16 \end{cases}; \begin{cases} x > -1 \\ x \leq 8 \end{cases}; x \in (-1; 8]$.

$$1751 \text{ (c). a) } \begin{cases} 7+3x < 5x+3 \\ 7x-15 < 4x-3 \\ 11x-32 > 13x-42 \end{cases} ; \begin{cases} x > 2 \\ x < 4; x \in (2; 4); \\ x < 5 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 29+25x > 2(13x+9) \\ 2x > 5 \\ 3(5x+3) < 4(4x+3) \end{cases} ; \begin{cases} x < 11 \\ x > 2,5; x \in (2,5; 11). \\ x > -3 \end{cases}$$

$$1752 \text{ (c). a) } \begin{cases} \frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3} - \frac{168}{21} \\ \frac{7x}{3} - \frac{11(x+1)}{6} > \frac{3x-1}{3} - \frac{13-x}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 45x+75+210-63x-70x-245 > -840 \\ 14x-11x-11 > 6x-2-39+3x \end{cases} ; \begin{cases} 88x < 880 \\ x < 5 \end{cases} ; \begin{cases} x < 10 \\ x < 5 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; 5);$$

$$6) \begin{cases} \frac{2x-11}{4} + \frac{19-2x}{2} < 2x \\ \frac{12x+15}{9} > \frac{1}{5}(x-1) + \frac{x}{3} \end{cases} ; \begin{cases} 2x-4x-8x < -38+11 \\ 10x+75 > 9x-9+15x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x > 27 \\ 14x < 84 \end{cases} ; x \in (2,7; 6).$$

$$57.6 \text{ (1753). a) } \begin{cases} x^3 < x \\ 3x^2 - x > 5 - 15x \end{cases} ; \begin{cases} x(x^2-1) < 0 \\ 3x^2+14x-5 > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x < -1 \\ 0 < x < 1 \\ x < -5 \\ x > 1/3 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -5) \cup (1/3; 1);$$

$$6) \begin{cases} \frac{x+5}{x-7} < 1 \\ \frac{3x+4}{4x-2} > -1 \end{cases} ; \begin{cases} \frac{12}{x-7} < 0 \\ \frac{7x+2}{4x-2} > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x < 7 \\ x < -(2/7); x \in (-\infty; -(2/7)) \cup (1/2; 7). \\ x > 1/2 \end{cases}$$

$$57.7 \text{ (1754). a) } \begin{cases} \frac{x}{x+2} - \frac{24}{(x+2)^2} < 0 \\ -3x < 9 \end{cases} ; \begin{cases} x^2+2x-24 < 0 \\ x \neq -2 \\ x > -3 \end{cases} ; \begin{cases} -6 < x < 4 \\ x > -3 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$$x \in (-3; -2) \cup (-2; 4);$$

$$6) \begin{cases} \frac{x^2 - 1,5x - 7}{(x-4)^2} > 0; \\ x^2 < 25 \end{cases}; \begin{cases} 2x^2 - 3x - 14 > 0 \\ -5 < x < 5 \\ x \neq 4 \end{cases}; \begin{cases} x > 3,5 \\ x < -2 \\ -5 < x < 5; \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$x \in (-5; -2) \cup \left(\frac{7}{2}; 4\right) \cup (4; 5).$$

$$57.8 (1755). a) \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x - 6 < 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 2 \\ x < -2; \\ x < 6 \end{cases}; x \in (-\infty; +\infty);$$

$$6) \begin{cases} (x-3)^3 \geq 27 \\ 4x-1 < 12x \end{cases}; \begin{cases} x \geq 6 \\ x > -\frac{1}{8} \end{cases}; x \in \left(-\frac{1}{8}; +\infty\right); x > -\frac{1}{8}.$$

$$57.9 (1755). a) \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x - 6 < 0 \end{cases}; \begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ x > 3 \end{cases}; x \in [-1; 0] \cup (3; +\infty);$$

$$6) \begin{cases} (x+3)(x^2 - 3x + 9) < 54 \\ x^2 - 9 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x^3 + 27 < 54 \\ x^2 > 9 \end{cases}; \begin{cases} x < 3 \\ x < -3; \\ x > 3 \end{cases}; x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty).$$

$$1756 (c). a) \begin{cases} \frac{2x-3}{x+3} > 0 \\ \frac{5x+1}{4x-2} < 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -3 \\ x > \frac{3}{2} \\ -1/5 < x < 1/2 \end{cases}; x \in (-\infty; -3) \cup \left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right);$$

$$6) \begin{cases} \frac{2}{x+3} < \frac{5}{x} \\ \frac{3}{x-2} < \frac{2}{x} \end{cases}; \begin{cases} \frac{3x+15}{x(x+3)} > 0 \\ \frac{x+4}{x(x-2)} < 0 \end{cases}; \begin{cases} -5 < x < -3 \\ x > 0 \\ x < -4 \\ 0 < x < 2 \end{cases}; x \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty);$$

$$b) \begin{cases} (x+3)(x-1) > 0 \\ 2-x^2 \leq 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \\ x \geq \sqrt{2} \\ x \leq -\sqrt{2} \end{cases}; x \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (1; +\infty);$$

$$r) \begin{cases} x^2 < 25 \\ \frac{x-1}{x+3} < 0 \end{cases}; \begin{cases} -5 < x < 5 \\ -3 < x < 1 \end{cases}; x \in (-5; 5).$$

$$57.10 (1757). \text{ a) } \log_{14} (x-1) \leq \log_{14} (2x+3); 0 < x-1 \leq 2x+3; \begin{cases} x \geq -4 \\ x > 1 \end{cases},$$

Ответ: $x \in (1; +\infty)$;

$$\text{б) } \log_{0,3} (2x+1) < \log_{0,3} (x-3); 2x+1 > x-3 > 0; \begin{cases} x > -4 \\ x > 3 \end{cases}; x \in (3; +\infty).$$

$$57.11 (1758). \text{ a) } \log_{\frac{1}{n}} (2x^2 - 5x) \geq \log_{\frac{1}{n}} (2x - 3);$$

$$0 < 2x^2 - 5x \leq 2x - 3; \begin{cases} x > 2,5 \\ x < 0 \\ 2x^2 - 7x + 3 \leq 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 2,5 \\ x < 0 \\ 1/2 \leq x \leq 3 \end{cases}; x \in (2,5; 3];$$

$$\text{б) } \lg (5x^2 - 15x) \leq \lg (2x - 6); 0 < 5x^2 - 15x \leq 2x - 6;$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x < 0 \\ 5x^2 - 17x + 6 \leq 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 3 \\ x < 0 \\ 0,4 \leq x \leq 3 \end{cases}; \text{решений нет.}$$

$$57.12 (1759). \text{ a) } 2^{\sqrt{x+4}} \geq \frac{1}{2} \sqrt{128}; \text{ ОДЗ: } x \geq -4; \sqrt{x+4} \geq -1 + \frac{7}{2};$$

$$4x+16 \geq 25; x \in (\frac{9}{4}; +\infty);$$

$$\text{б) } 0,5^{\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}} \leq 1; \sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}; x \in [-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{4\pi}{3} + 2\pi n].$$

$$1760 \text{ (c). a) } \log_9 (x^2 - 10x + 40) \leq \log_9 (4x - 8); 0 < x^2 - 10x + 40 \leq 4x - 8;$$

$$x^2 - 14x + 48 \leq 0; x \in [6; 8];$$

$$\text{б) } \log_{0,7} (9x - 4x^2) \geq \log_{0,7} (x^3 + 4x^2); 0 < 9x - 4x^2 \leq x^3 + 4x^2;$$

$$\begin{cases} x(x^2 + 8x - 9) \geq 0 \\ 0 < x < \frac{9}{4} \end{cases}; x \in [1; \frac{9}{4});$$

$$\text{в) } \log_{\sqrt{2}} \frac{x-2}{2x-4} > \log_{\sqrt{2}} \frac{x+1}{x+2}; \frac{x-2}{2x-4} > \frac{x+1}{x+2} > 0;$$

$$\begin{cases} x \neq 2 \\ \frac{2x+2}{x+2} < 1 \\ \begin{cases} x > -1 \\ x < -2 \end{cases} \end{cases}; \begin{cases} \frac{x}{x+2} < 0 \\ x > -1 \\ x < -2 \end{cases}; x \in (-1; 0);$$

$$\text{г) } \log_{\frac{1}{3}} (5x-4) < \log_{\frac{1}{3}} x^2; x^2 - 5x + 4 < 0; x \in (1; 4).$$

$$57.13 (1761). \text{ a) } (x^2 - 6x)^5 \geq (2x - 7)^5; x^2 - 8x + 7 \geq 0; \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{cases}; x \in (-\infty; 1] \cup [7; +\infty);$$

$$\text{б) } (x^2 - 2x)^9 \leq (2x - x^2 - 2)^9; 2x^2 - 4x + 2 \leq 0; 2(x - 1)^2 \leq 0; x = 1;$$

$$1761 \text{ (c). a) } (x^2 - 6x)^5 \geq (2x - 7)^5; x^2 - 8x + 7 \geq 0; \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{cases}; x \in (-\infty; 1] \cup [7; +\infty);$$

$$\text{б) } (x^2 - 2x)^9 \leq (2x - x^2 - 2)^9; 2x^2 - 4x + 2 \leq 0; 2(x - 1)^2 \leq 0; x = 1;$$

$$\text{в) } (x^2 - 10)^{11} < (5 - 2x)^{11}; x^2 + 2x - 15 < 0; x \in (-5; 3);$$

$$\text{г) } (6x^2 - 4x - 2)^7 > (x^2 + 3x + 10)^7; 5x^2 - 7x - 12 > 0; \begin{cases} x < -1 \\ x > 2,4 \end{cases};$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup (2,4; +\infty).$$

$$57.14 (1762). \text{ a) } (2^{x+1} + 1)^6 \geq (2^x + 17)^6; 2^{x+1} + 1 \geq 2^x + 17; 2^x \geq 16; x \in [4; +\infty);$$

$$\text{б) } (2 \cdot 0,1^x + 3)^{10} < (0,1^x + 103)^{10}; 0,1^x \leq 100;$$

$$x \in [-2; +\infty).$$

$$57.15 (1762). \text{ a) } (3 - 3\log_{0,2} x)^{13} < (\log_{0,2} x + 7)^{13}; 3 - 3\log_{0,2} x < \log_{0,2} x + 7;$$

$$\log_{0,2} x > -1; x \in (0; 5); 0 < x < 5.$$

$$\text{б) } (3\log_7 x - 24)^5 > (2\log_7 x - 22)^5; 3\log_7 x - 24 > 2\log_7 x - 22;$$

$$\log_7 x > 2; x \in (49; +\infty).$$

$$1763 \text{ (c). a) } 2^{x^2+3} - 8^{x+1} \geq 0; 2^{x^2} - 2^{3x} \geq 0; x^2 \geq 3x; x(x-3) \geq 0;$$

$$x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty);$$

$$\text{б) } 27^{5-x^2} - 3^{x^2-1} < 0; 3^{15-3x^2} < 3^{x^2-1}; 3x^2 + x^2 > 16; x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty).$$

$$1764 \text{ (c). a) } (\sqrt{3})^{\lg x} \leq \frac{3\sqrt{3}}{3^{\lg x}}; 3^{(1/2)\lg x} \leq 3^{\frac{3}{2}-\lg x}; \frac{1}{2} \lg x \leq \frac{3}{2} - \lg x;$$

$$\lg x \leq 1; x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n\right];$$

$$\text{б) } \sqrt{2}^{2\cos x} > \frac{1}{2 \cdot 2^{\cos x}}; \cos x > -1 - \cos x; \cos x > -(1/2);$$

$$x \in \left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right).$$

$$57.16 (1765). \text{ a) } 3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 \geq 0; \begin{cases} 3^x \leq -1 \\ 3^x \geq 3 \end{cases}; x \in [1; +\infty);$$

$$\text{б) } 2 \cdot 5^{2x} - 5^x - 1 \leq 0; -\frac{1}{2} \leq 5^x \leq 1; x \in (-\infty; 0].$$

$$57.17 (1766). \text{ a) } 3^{1+x} \cdot 2^{1-x} + 3^x \cdot 2^{-x} \leq 10,5; 3^x \cdot 2^{-x} (6+1) \leq 10,5; 3^x \cdot 2^{-x} \leq 1,5;$$

$$(1,5)^x \leq 1,5; x \in (-\infty; 1];$$

$$\text{б) } 2^x \cdot 5^{1-x} + 2^{x+1} \cdot 5^{-x} \geq 2,8; 2^x 5^{-x} (5+2) \geq 2,8; (0,4)^x \leq 0,4;$$

$$x \in (-\infty; 1].$$

$$57.18 (1767). \text{ a) } \sqrt[3]{x} - \sqrt{x} - 2 > 0; \begin{cases} \sqrt[6]{x} < -1 \\ \sqrt[6]{x} > 2 \end{cases}, x > 64; x \in (64; +\infty).$$

$$\text{б) } \sqrt[5]{x} - 6 \sqrt[10]{x} + 8 < 0; 2 < \sqrt[10]{x} < 4; 2^{10} < x < 4^{10}; x \in (2^{10}; 2^{20}).$$

$$57.19 (1768). \text{ a) } 3^x + 3^{-x+1} \leq 4; 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0; 1 \leq 3^x \leq 3; x \in [0; 1];$$

$$\text{б) } 25^{-x} - 50 > 5^{-x+1}; 5^{-2x} - 5 \cdot 5^{-x} - 50 > 0;$$

$$\begin{cases} 5^{-x} < -5 \\ 5^{-x} > 10 \end{cases}; x \in (-\infty; -\log_5 10).$$

$$57.20 (1769). \text{ a) } \log_2^2 x - 7 \log_2 x + 12 < 0; 3 < \log_2 x < 4; x \in (8; 16);$$

$$\text{б) } 3 \log_{1/3}^2 x - 10 \log_{1/3} x + 3 \geq 0; \begin{cases} \log_{1/3} x \geq 3 \\ \log_{1/3} x \leq 1/3 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 1/27 \\ x \geq \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \\ x > 0 \end{cases};$$

$$x \in (-\infty; 1/27] \cup [\frac{1}{\sqrt[3]{3}}; +\infty).$$

$$57.21 (1770). \text{ a) } \log_2^2(x-1) + 3 \log_2(x-1) + 2 \geq 0;$$

$$\begin{cases} \log_2(x-1) \leq -2 \\ \log_2(x-1) \geq -1 \end{cases}; \begin{cases} x \leq \frac{5}{4} \\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases}; x \in (1; \frac{5}{4}] \cup [\frac{3}{2}; +\infty);$$

$$\text{б) } 9^{\log_{0.1} x} - 4 \cdot 3^{\log_{0.1} x} + 0,1^{\log_{0.1} 3} < 0; 3^{2 \log_{0.1} x} - 4 \cdot 3^{\log_{0.1} x} + 3 < 0;$$

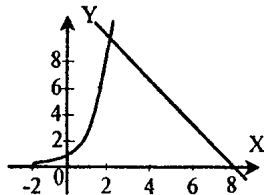
$$1 < 3^{\log_{0.1} x} < 3; 0 < \log_{0.1} x < 1; 0,1 < x < 1; x \in (0,1; 1).$$

$$57.22 (1771). \text{ a) } 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 \leq 0; \frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1;$$

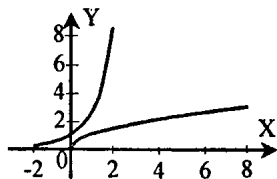
$$x \in [\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n];$$

$$\text{б) } \cos^2 x - 5 \cos x + 4 \leq 0; 1 \leq \cos x \leq 4; \cos x = 1; x = 2\pi n.$$

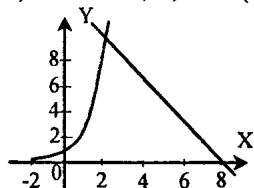
$$57.23 (1772). \text{ a) } 3^x > 12 - 1,5x; x > 2 \text{ (см. рис.);}$$



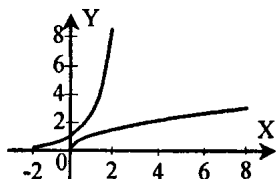
б) $2^x \geq \sqrt{x}$; $x \geq 0$ (см. рис.);



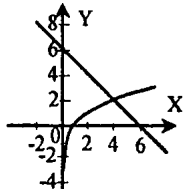
в) $3^x \leq 12 - 1,5x$; $x \leq 2$ (см. рис.);



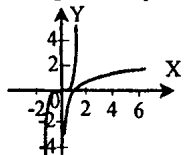
г) $2^x \leq \sqrt{x}$; нет решений (см. рис.).



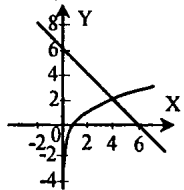
57.24 (1773). а) $\log_2 x < 6 - x$; $x \in (0; 4)$ (см. рис.);



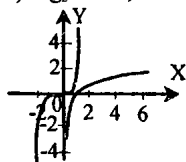
б) $\log_3 x \geq x^3$; решений нет (см. рис.);



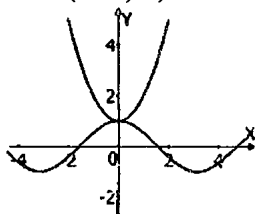
в) $\log_2 x \geq 6 - x$; $x \geq 4$ (см. рис.);



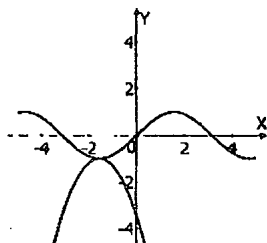
г) $\log_2 x < x^2$; $x > 0$ (см. рис.).



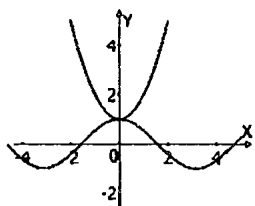
57.25 (1774). а) $x^2 + 1 \geq \cos x$, x — любое число (см. рис.)



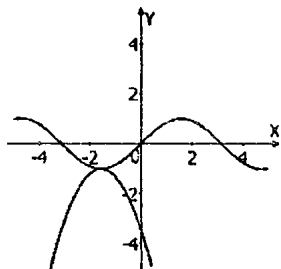
б) $\sin x \leq -(x + \frac{\pi}{2})^2 - 1$; $x = -\frac{\pi}{2}$ (см. рис.) (в ответе задачника опечатка);



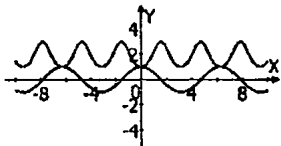
в) $x^2 + 1 \leq \cos x$; $x = 0$ (см. рис.);



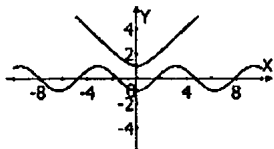
г) $\sin x \geq -(x + \frac{\pi}{2})^2 - 1$; x — любое число (см. рис.)



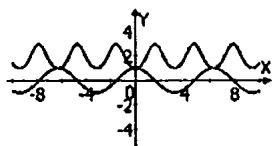
1775 (с). а) $3^{\sin^2 x} \geq \cos x$; x — любое число (см. рис.)



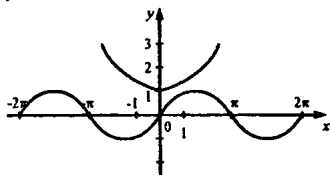
б) $\sqrt{x^2 + 1} \leq -\cos x$; решений нет (см. рис.) (в ответе задачника опечатка)



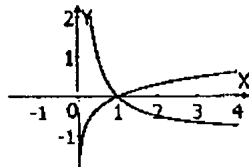
в) $3^{\sin^2 x} \leq \cos x$; $x = 2\pi i$ (см. рис.) (в ответе задачника опечатка);



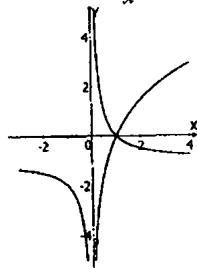
г) $\sqrt{x^2 + 1} \geq \sin x$; x — любое число (см. рис.).



1776 (с). а) $\lg x < \frac{1}{x} - 1$; $x \in (0; 1)$ (см. рис.);



б) $\log_{1.6} x \geq \frac{1}{x} - 1$; $x \geq 1$ (см. рис.);



1777 (c). a) $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\log_7(2-x)}$; область определения данной функции:

$$\begin{cases} x \in [-3; 3] \\ x < 2 & ; x \in [-3; 1) \cup (1; 2); \\ x \neq 1 \end{cases}$$

б) $y = \frac{9-x^2}{\log_7(2-x)}$; область определения данной функции: $\begin{cases} x > 3 \\ x \neq 4 \\ \begin{cases} x \geq 2, \\ x \leq -2 \end{cases} \end{cases}$

$$x \in (3; 4) \cup (4; +\infty).$$

57.26 (1778). a) $9^{x+2} + 4 \cdot 3^{2x+2} \geq 4 \frac{1}{3}; 3^{2x+2} (9+4) \geq \frac{13}{3};$

$$2x+2 \geq -1; x \in [-\frac{3}{2}; +\infty);$$

б) $8^{x-2} + 3 \cdot 2^{3x-2} \leq 24 \frac{1}{2}; 2^{3x-6} (1+3 \cdot 2^4) \leq \frac{49}{2};$

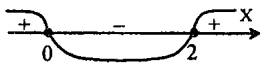
$$3x-6 \leq -1; x \in (-\infty; \frac{5}{3}].$$

57.27 (1779). a) $4^{\sqrt{x}} - 9 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 8 < 0; 1 < 2^{\sqrt{x}} < 8; 0 < \sqrt{x} < 3; x \in (0; 9);$

б) $9^{\sqrt{x}} - 10 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 9 < 0; 1 < 3^{\sqrt{x}} < 9; 0 < \sqrt{x} < 2; x \in (0; 4).$

1780 (c). a) $x^4 - 8x - 6x^3 + 12x^2 \geq 0; x(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) \geq 0;$

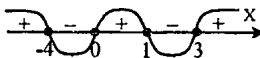
$$x(x-2)(x-2)^2 \geq 0; x(x-2)^3 \geq 0;$$



$$x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty);$$

б) $x^4 + 12x < 13x^2; x(x^3 - 13x + 12) < 0; x((x^3 - x) - (12x - 12)) < 0;$

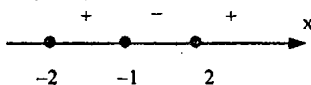
$$x(x-1)(x^2+x-12) < 0; x(x-1)(x-3)(x+4) < 0;$$



$$x \in (-4; 0) \cup (1; 3);$$

57.28 (1781). a) $(x-2) \log_4(x+2) \geq 0;$ ОДЗ: $x > -2;$

воспользуемся тем, что $\text{sign} \log_4(x+2) = \text{sign}(x+1);$



$$x \in (-2; -1] \cup [2; +\infty);$$

$$6) (3-x) \sqrt{\log_3(x+5)} \leq 0;$$

$$\text{ОДЗ: } x > -4; x \geq 3 > -5; x \in [3; +\infty).$$

$$1782 \text{ (c). a) } (x-3,1) \ln(x^2 - 10x + 22) \geq 0,$$

$$1) \begin{cases} x^2 - 10x + 22 \geq 1 \\ x \geq 3,1 \end{cases}; \begin{cases} (x-7)(x-3) \geq 0 \\ x \geq 3,1 \end{cases}; x \in [7; +\infty);$$

$$2) \begin{cases} x \leq 3,1 \\ x^2 - 10x + 22 \leq 1 \\ x^2 - 10x + 22 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 3,1 \\ (x-3)(x-7) \leq 0 \\ (x-5-\sqrt{3})(x-5+\sqrt{3}) > 0 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 3,1 \\ 3 \leq x \leq 7 \\ \begin{cases} x < 5-\sqrt{3} \\ x > 5+\sqrt{3} \end{cases} \end{cases}; x \in [3; 3,1];$$

$$\text{Ответ: } x \in [3; 3,1] \cup [7; +\infty);$$

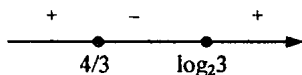
$$6) (x-7,3) \ln(x^2 - 8x + 8) \leq 0;$$

$$1) \begin{cases} x^2 - 8x + 8 \geq 1 \\ x \leq 7,3 \end{cases}; \begin{cases} (x-7)(x-1) \geq 0 \\ x \leq 7,3 \end{cases}; x \in (-\infty; 1] \cup [7; 7,3];$$

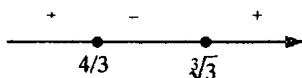
$$2) \begin{cases} x \geq 7,3 \\ x^2 - 8x + 8 \leq 1 \\ x^2 - 8x + 3 > 0 \end{cases}; \begin{cases} (x-7)(x-1) \leq 0 \\ (x-4+2\sqrt{2})(x-4-2\sqrt{2}) > 0 \\ x \geq 7,3 \end{cases}; x \in \emptyset;$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; 1] \cup [7; 7,3].$$

$$57.29 \text{ (1783). a) } (2^x - 3)(3x - 4) \leq 0; (2^x - 2^{\log_2 3})(3x - 4) \leq 0; x \in [\frac{4}{3}; \log_2 3];$$



$$6) (3 \log_3 x - 1)(3x - 4) \geq 0; \text{ОДЗ: } x > 0; 3 \log_3 \frac{x}{\sqrt[3]{3}} \cdot (3x - 4) \geq 0;$$



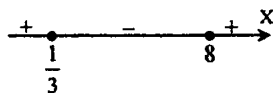
$$x \in (0; \frac{4}{3}] \cup [\sqrt[3]{3}; +\infty).$$

$$57.30 \text{ (1784). a) } (x+3) \log_{\frac{1}{7}} x < 0; \text{ОДЗ: } x > 0; \text{при } x > 0,$$

$$\text{т.е. исходное неравенство равносильно следующему: } \log_{\frac{1}{7}} x < 0; x \in (1; +\infty).$$

$$6) (x-5) \sqrt{x+1} < 0; \begin{cases} x-5 < 0 \\ x \geq -1 \end{cases}; x \in (-1; 5);$$

в) $\frac{e^{3x-1} - 1}{x+8} > 0$; воспользуемся тем, что $\text{sign}(e^{3x-1} - 1) = \text{sign}(3x - 1)$;



$x \in (-\infty; -8) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$;

г) $x \sqrt{x+7} < 0$; $\begin{cases} x < 0 \\ x > -7 \end{cases}$; $x \in (-7; 0)$.

1785 (с). а) $\sqrt{x} \log_2(x^2 - 8) > 0$; $\begin{cases} x^2 - 8 > 1 \\ x > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} |x| > 3 \\ x > 0 \end{cases}$; $x \in (3; +\infty)$;

б) $3^{x^2-19} \sqrt{x^2-4} < 0$; решений нет, т.к. $3^{x^2-19} > 0$ и $\sqrt{x^2-4} > 0$;

в) $\sqrt{-x} \log_{\frac{1}{8}}(100 - x^2) < 0$; ОДЗ: $x \in (-10; 0]$; $100 - x^2 > 1$; $x \in (-\sqrt{99}; 0)$;

г) $(2^{x^2-5} - 0,5) \log_6(4x+1) > 0$; $(2^{x^2-5} - 2^{-1}) \log_6(4x+1) > 0$;

ОДЗ: $x > -\frac{1}{4}$; $x \in (-1/4; 0) \cup (2; +\infty)$.



1786 (с). а) $\frac{(x-3)(3^{\frac{1}{x-4}} + 0,3)}{x+2} \geq 0$; ОДЗ: $x \neq 4$, $x \neq -2$; $\frac{x-3}{x+2} \geq 0$;

$x \in (-\infty; -2) \cup [3; 4) \cup (4; +\infty)$;

б) $\frac{(x-3)(3^{\frac{1}{x-4}} + 0,3)}{x+2} \leq 0$; ОДЗ: $x \neq 2$, $x \neq -1$; $\frac{x+5}{x-2} \leq 0$; $x \in [-5; -1) \cup (-1; 2)$.

57.31 (1787). а) $(x^2 - 2x)(\text{tg}^2 x + 2^{x+1}) \leq 0$; ОДЗ: $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi$;

т.к. $\text{tg}^2 x + 2^{x+1} > 0$, то $x \in [0; \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}; 2]$;

б) $(x^2 + 4x)(\text{ctg}^2 x + 3^{x-1}) \leq 0$; т.к. $\text{ctg}^2 x + 3^{x-1} > 0$, то $x \in [-4; -\pi) \cup (-\pi; 0)$.

1788 (с). а) $\frac{\sqrt{2x+4}}{2^{x-3}} \geq \frac{\sqrt{2x+4}}{7^{x-3}}$; ОДЗ: $x \geq -2$; $x = -2$ — решение;

пусть теперь $x \neq -2$; $\frac{1}{2^{x-3}} \geq \frac{1}{7^{x-3}}$; $x \geq 3$;

Ответ: $x \in [3; +\infty) \cup \{-2\}$;

$$6) \frac{\sqrt{7+6x}}{0,2^{x+1}} \leq \frac{\sqrt{7+6x}}{0,3^{x+1}}; \text{ОДЗ: } x \geq -\frac{7}{6}; x = -\frac{7}{6} \text{ — решение;}$$

$$\text{пусть теперь } x \neq -(7/6); 5^{x+1} \leq \left(\frac{10}{3}\right)^{x+1}; x \leq -1;$$

$$\text{Ответ: } x \in \left[-\frac{7}{6}; -1\right].$$

$$1789 \text{ (e). а) } (\sin^2 x + 1) (\lg(2x-3) - 2) \leq 0; \lg(2x-3) \leq 2 \text{ (т.к. } \sin^2 x + 1 > 0);$$

$$0 < 2x-3 \leq 100; \frac{3}{2} < x \leq \frac{103}{2}; x \in (1,5; 51,5);$$

$$6) (\sqrt{6x-1} + 5) (5^{x^2-1} - \frac{1}{5}) > 0;$$

$$\begin{cases} 5^{x^2-1} - \frac{1}{5} > 0 \\ 6x-1 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2-1 > -1 \\ x \geq \frac{1}{6} \end{cases}; x \in \left[\frac{1}{6}; +\infty\right);$$

$$в) \cos x (2^{x^3} + 3^{x-7}) \geq 0; \cos x \geq 0; x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right];$$

$$г) (2 - \sqrt{3x+1}) (\log_{0,5}^2(3x-6) + 2) < 0;$$

$$\begin{cases} 2 - \sqrt{3x+1} < 0 \\ 3x-6 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 1 \\ x > 2 \end{cases}; x \in (2; +\infty).$$

$$1790 \text{ (c). а) } \sqrt{3x^2+1} \geq x+1; 1) x+1 \leq 0; x \leq -1;$$

$$2) x+1 > 0; 3x^2+1 \geq x^2+2x+1; 2x^2-2x \geq 0; x \in (-1; 0] \cup [1; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty).$$

$$6) \sqrt{x^2+x} < x+1; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 0 \end{cases}; x^2+x < x^2+2x+1; x > -1;$$

$$\text{Ответ: } x \in [0; +\infty).$$

$$в) \sqrt{5x^2+4} \leq 7x+10;$$

$$\begin{cases} 5x^2+4 \leq 49x^2+140x+100 \\ 7x+10 > 0 \end{cases}; \begin{cases} 11x^2+35x+24 \geq 0 \\ x > -\frac{10}{7} \end{cases}; \begin{cases} \left(x + \frac{24}{11}\right)(x+1) \geq 0 \\ x > -\frac{10}{7} \end{cases}$$

$$x \in [-1; +\infty);$$

$$г) \sqrt{2x^2+7x} > 5-2x;$$

$$1) 5-2x \leq 0; x \geq 2,5;$$

$$2) x < 2,5; 2x^2+7x > 25+4x^2-20x; 2x^2-27x+25 < 0; 1 < x < 12,5, 1 < x < 2,5;$$

$$\text{Ответ: } x \in (1; +\infty).$$

$$1791 \text{ (c). a) } \sqrt{x^2 - 11x - 12} < \sqrt{x^2 + 11x + 6};$$

$$0 \leq x^2 - 11x - 12 < x^2 + 11x + 6;$$

$$\begin{cases} (x-12)(x+1) \geq 0 \\ 22x > -18 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 12 \\ x \leq -1 \\ x > -\frac{9}{11} \end{cases}; x \in [12; +\infty);$$

$$6) \sqrt{5x^2 - 10x - 3} > \sqrt{x - 2x^2 + 3}; 5x^2 - 10x - 3 > x - 2x^2 + 3 \geq 0;$$

$$\begin{cases} 2x^2 - x - 3 \geq 0 \\ 7x^2 - 11x - 6 > 0 \end{cases}; \begin{cases} -1 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x > 2 \\ x < -\frac{3}{7} \end{cases}; x \in [-1; -\frac{3}{7}).$$

$$1792 \text{ (c). a) } \sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{x - 2} \leq \sqrt{x^2 - 4x + 4};$$

$$\sqrt{x - 2} (\sqrt{x + 2} - 1 - \sqrt{x - 2}) \leq 0;$$

$$x = 2 \text{ — решение; пусть теперь } x \neq 2; \sqrt{x + 2} \leq \sqrt{x - 2} + 1;$$

$$0 < x + 2 \leq x - 2 + 1 + 2\sqrt{x - 2};$$

$$\begin{cases} 9 \leq 4x - 8 \\ x > 2 \\ x \geq -2 \end{cases}; x \geq \frac{17}{4}.$$

$$\text{Ответ: } x \in \{2\} \cup [\frac{17}{4}; +\infty);$$

$$6) \sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x + 3} \geq \sqrt{x^2 + 6x + 9}; \text{ОДЗ: } x = -3, x \geq 3;$$

$$\sqrt{x + 3} (\sqrt{x - 3} + 1 - \sqrt{x + 3}) \geq 0;$$

$$x = -3 \text{ — решение; пусть теперь } x \neq -3;$$

$$\sqrt{x - 3} + 1 \geq \sqrt{x + 3}; x - 3 + 1 + 2\sqrt{x - 3} \geq x + 3 > 0;$$

$$\begin{cases} 4x - 12 \geq 25 \\ x \geq 3 \end{cases}; \begin{cases} x \geq \frac{37}{4} \\ x \geq 3 \end{cases}; \text{Ответ: } x \in \{-3\} \cup [\frac{37}{4}; +\infty).$$

$$1793 \text{ (c). a) } \frac{\sqrt{x^2 - 5x - 4x + 26}}{7 - x} > 2; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 0 \\ x \neq 7 \end{cases}; \frac{\sqrt{x^2 - 5x - 2x + 12}}{7 - x} > 0;$$

$$1) \begin{cases} x < 7 \\ \sqrt{x^2 - 5x} > 2x - 12 \end{cases}; \begin{cases} x < 7 \\ x < 6 \\ x \geq 6 \\ x^2 - 5x > (2x - 12)^2 \end{cases};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < 7 \\ x < 6 \\ x > 6 \\ 3x^2 - 43x + 144 < 0 \end{array} \right. , \left\{ \begin{array}{l} x < 7 \\ x < 6 \\ x \geq 6 \\ x < 5\frac{1}{3}, x > 9 \end{array} \right. \cdot x < 6;$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} x > 7 \\ \sqrt{x^2 - 5x} < 2x - 12 \end{array} \right. , \left\{ \begin{array}{l} x > 7 \\ 0 \leq x^2 - 5x < 4x^2 + 144 - 48x \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x > 7 \\ x^2 - 5x \geq 0 \\ 3x^2 - 43x + 144 > 0 \end{array} \right. ; x > 9;$$

Ответ $x \in (-\infty; 0] \cup [5; 6) \cup (9; +\infty)$;

$$6) \frac{\sqrt{x^2 + 5x} - 4x - 6}{x - 2} < -2; \text{ ОДЗ: } \left\{ \begin{array}{l} x \leq -5 \\ x \geq 0 \\ x \neq 2 \end{array} \right. ; \frac{\sqrt{x^2 + 5x} - 2x - 10}{x - 2} < 0;$$

$$1) \left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ \sqrt{x^2 + 5x} < 2x + 10 \end{array} \right. , \left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ x^2 + 5x < 4x^2 + 40x + 100 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ 3x^2 + 35x + 100 > 0 \end{array} \right. ; x > 2;$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} x < 2 \\ \sqrt{x^2 + 5x} > 2x + 10 \end{array} \right. , \left\{ \begin{array}{l} x < 2 \\ x < -5 \\ x \geq -5 \\ 3x^2 + 35x + 100 < 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x < 2 \\ x < -5 \\ x \geq -5 \\ -\frac{20}{3} < x < -5 \end{array} \right. ; x \leq -5;$$

Ответ $x \in (-\infty; -5) \cup (2; +\infty)$. В ответе задачника опечатка.

$$1794 \text{ (c). а) } |3x - 9| \geq 6; \left[\begin{array}{l} 3x - 9 \geq 6 \\ 9 - 3x \geq 6 \end{array} \right. ; \left[\begin{array}{l} x \geq 5 \\ x \leq 1 \end{array} \right. ; x \in (-\infty; 1] \cup [5; +\infty);$$

$$б) 4 - 2x' < 16; \left\{ \begin{array}{l} 4 - 2x < 16 \\ 4 - 2x > -16 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x > -6 \\ x < 10 \end{array} \right. ; x \in (-6; 10);$$

$$в) |5x + 10| \leq 15; \left\{ \begin{array}{l} 5x + 10 \geq -15 \\ 5x + 10 \leq 15 \end{array} \right. ; x \in [-5; 1];$$

$$г) 9 + 3x' > 12; \left[\begin{array}{l} 3x + 9 > 12 \\ 3x + 9 < -12 \end{array} \right. ; \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -7 \end{array} \right. ; x \in (-\infty; -7) \cup (1; +\infty).$$

$$1795 \text{ (c). а) } |6x - 1| > 2; \left[\begin{array}{l} 6x - 1 > 2 \\ 6x - 1 < -2 \end{array} \right. ; \left[\begin{array}{l} x > \frac{1}{2} \\ x < -\frac{1}{6} \end{array} \right. ; x \in (-\infty; -\frac{1}{6}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty);$$

$$б) |3 + 2x'| \leq 4; \left\{ \begin{array}{l} 3 + 2x \leq 4 \\ 3 + 2x \geq -4 \end{array} \right. , x \in [-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}];$$

$$b) |9x - 1| < 4; \begin{cases} 9x - 1 < 4 \\ 9x - 1 > -4 \end{cases}; x \in \left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{9}\right);$$

$$r) |5 - 6x| \geq 3; \begin{cases} 5 - 6x \geq 3 \\ 5 - 6x \leq -3 \end{cases}; \begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ x \geq \frac{4}{3} \end{cases}; x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{4}{3}; +\infty\right).$$

$$1796 \text{ (e. a) } |x + 1| \leq 2x; \begin{cases} x \geq 0 \\ x + 1 \leq 2x \\ x + 1 \geq -2x \end{cases}; x \in [1; +\infty);$$

$$b) |3x - 4| > x + 1; \begin{cases} x < -1 \\ x \geq -1 \\ \begin{cases} 3x - 4 > x + 1 \\ 3x - 4 < -x - 1 \end{cases} \end{cases}; \begin{cases} x < -1 \\ x \geq -1 \\ \begin{cases} \frac{5}{2} < x \\ x < \frac{3}{4} \end{cases} \end{cases}; x \in \left(-\infty; \frac{3}{4}\right) \cup (2, 5; +\infty);$$

$$b) |2x - 1| \geq x; \begin{cases} x \leq 0 \\ x > 0 \\ \begin{cases} 2x - 1 \geq x \\ 2x - 1 \leq -x \end{cases} \end{cases}; \begin{cases} x \leq 0 \\ x > 0 \\ \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq \frac{1}{3} \end{cases} \end{cases};$$

$$x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup [1; +\infty);$$

$$r) |16 - 8x| < 4x + 2; \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ 16 - 8x < 4x + 2 \\ 16 - 8x > -4x - 2 \end{cases}; \begin{cases} x > \frac{7}{6} \\ x < \frac{9}{2} \end{cases}; x \in \left(\frac{7}{6}; \frac{9}{2}\right).$$

$$1797 \text{ (e. a) } |2x - 1| + |3x - 6| < 12;$$

$$1) x \geq 2; 2x - 1 + 3x - 6 < 12; 5x < 19; x \in \left[2; \frac{19}{5}\right);$$

$$2) \frac{1}{2} \leq x < 2; -x + 5 < 12; x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right);$$

$$3) x < \frac{1}{2}; -2x + 1 - 3x + 6 < 12; -5x + 7 < 12; x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right);$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(-1; \frac{19}{5}\right);$$

$$6) |3x - 4| - |x + 2| \geq 4; x \geq \frac{4}{3}; 3x - 4 - x - 2 \geq 4; 2x \geq 10; x \in [5; +\infty).$$

$$2) -2 \leq x < \frac{4}{3}; -3x + 4 - x - 2 \geq 4; 2 - 4x \geq 4; x \in [-2; -\frac{1}{2}];$$

$$3) x < -2; -2x + 6 \geq 4; x \in (-\infty; -2):$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup [5; +\infty).$$

$$1798 \text{ (c). a) } \sin 2x \geq \sin x; \sin x (2 \cos x - 1) \geq 0:$$

$$\begin{cases} \cos x \geq 1/2 \\ \sin x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \in [2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n] \\ x \in [\pi + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n] \end{cases};$$

$$x \in [2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n] \cup [\pi + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n];$$

$$6) \cos 2x \leq \cos x; 2 \cos^2 x - \cos x - 1 \leq 0; -1/2 \leq \cos x \leq 1;$$

$$x \in [-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n].$$

$$1799 \text{ (c). a) } \sin(\frac{\pi}{2} - x) \leq \sin x; \sin x - \cos x \geq 0; \sin(x - \frac{\pi}{4}) \geq 0;$$

$$x \in [\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{5\pi}{4} + 2\pi n];$$

$$6) \cos(\frac{\pi}{3} - x) \leq \cos x; \sin \frac{\pi}{6} \sin(\frac{\pi}{6} - x) \geq 0; \sin(\frac{\pi}{6} - x) \geq 0;$$

$$x \in [-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n].$$

$$1800 \text{ (c). a) } \cos x > \sin 2x - \cos 3x; \cos 2x \cos x - \sin x \cos x > 0;$$

$$\cos x (1 - \sin x - 2 \sin^2 x) > 0; \cos x (2 \sin^2 x + \sin x - 1) < 0.$$

$$1) \begin{cases} \cos x > 0 \\ 2 \sin^2 x + \sin x - 1 < 0 \end{cases}; \begin{cases} \cos x > 0 \\ -1 < \sin x < \frac{1}{2} \end{cases}; x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n);$$

$$2) \begin{cases} \cos x < 0 \\ 2 \sin^2 x + \sin x - 1 < 0 \end{cases}; \begin{cases} \cos x < 0 \\ \sin x < -1 \\ \sin x > \frac{1}{2} \end{cases}; x \in (\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n);$$

$$\text{Ответ: } (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n) \cup (\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n);$$

$$6) \sin x < \cos x - \sin 3x; \cos x (2 \sin 2x - 1) < 0;$$

$$1) \begin{cases} \cos x > 0 \\ \sin 2x < \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} -\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ -\frac{7\pi}{12} + \pi n < x < \frac{\pi}{12} + \pi n \end{cases};$$

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{12} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{5\pi}{12} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right);$$

$$2) \begin{cases} \cos x < 0 \\ \sin 2x > \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} \frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \\ \frac{\pi}{12} + \pi n < x < \frac{5\pi}{12} + \pi n \end{cases}; x \in \left(-\frac{11\pi}{12} + 2\pi n; -\frac{7\pi}{12} + 2\pi n\right);$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(-\frac{11\pi}{12} + 2\pi n; -\frac{7\pi}{12} + 2\pi n\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{12} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{5\pi}{12} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$$

$$1801 \text{ (c). а) } \left(\frac{1}{7}\right)^{5-2^x} > 7^{-2^x+11}; 2^{2^x-5} + 2^{2^x-11} > 0; 2^x > 8; x > 3;$$

$$\text{б) } (0,3)^{x^3+2} \leq 1; \text{ОДЗ: } x \geq \frac{1}{5}; \sqrt{5x-1} \geq 2; x \geq 1;$$

$$\text{в) } (3^{-1})^{\sin x - \cos 2x} < 3^{\cos 2x - \frac{1}{2}}; \cos 2x - \sin x < \cos 2x - \frac{1}{2}; \sin x > \frac{1}{2};$$

$$x \in \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right);$$

$$\text{г) } 10^{\ln(x-2)} \cdot 0,1 \geq (10^{-1})^{\ln(x+2)}; \text{ОДЗ: } x > 2; \ln(x-2) - 1 \geq -\ln(x+2); x^2 - 4 \geq e; x \in [\sqrt{4+e}; +\infty).$$

$$1802 \text{ (c). а) } \lg(0,2^x - 5) < \log_{0,1}(95 - 3 \cdot 0,2^x)^{-1}; \text{ОДЗ: } x < -1;$$

$$0,2^x - 5 < 95 - 3 \cdot 0,2^x; \left(\frac{1}{5}\right)^x < 25; x > -2;$$

$$\text{Ответ: } x \in (-2; -1);$$

$$\text{б) } \log_{0,1}(3\sqrt{3x+1}-2) > \frac{1}{4} \log_{0,1} \sqrt{3x+1} \cdot \lg(0,1^{-8}); \text{ОДЗ: } \sqrt{3x+1} > \frac{2}{3},$$

$$3\sqrt{3x+1} - 2 < 3x + 1; 3x + 1 - 3\sqrt{3x+1} + 2 > 0;$$

$$\begin{cases} \sqrt{3x+1} > 2 \\ \sqrt{3x+1} < 1 \end{cases}; \begin{cases} \sqrt{3x+1} > 2 \\ \frac{2}{3} < \sqrt{3x+1} < 1 \end{cases} \quad (\text{т.к. } x \text{ должен входить в ОДЗ});$$

$$x \in \left(-\frac{5}{27}; 0\right) \cup (1; +\infty).$$

$$1803 \text{ (c). а) } \sqrt[3]{3^{2-x} - 13} < \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^x} + 11; 3^{-x}(9-1) < 24; -x < 1; x > -1$$

(в ответе задачника опечатка);

б) $(\sin x - \cos x)^9 \leq (0,5 - \cos x)^9$; $\sin x \leq \frac{1}{2}$; $x \in [-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n]$ (в ответе задачника опечатка);

в) $(\sqrt{6x+5} - 1)^5 \geq (6x-4)^{\frac{5}{2}}$; ОДЗ: $x \geq \frac{2}{3}$; $\sqrt{6x+5} - 1 \geq \sqrt{6x-4}$;

$$6x+6-2\sqrt{6x+5} \geq 6x-4; \quad 2\sqrt{6x+5} \leq 10; \quad 6x+5 \leq 25; \quad x \leq \frac{10}{3};$$

т.к. x должен входить в ОДЗ, то $x \in [\frac{2}{3}; \frac{10}{3}]$;

г) $\sqrt[7]{2\ln^2 x - 3\ln x + 5} > \sqrt[7]{6-4\ln x}$; $2\ln^2 + \ln x - 1 > 0$; $\begin{cases} \ln x < -1 \\ \ln x > \frac{1}{2} \end{cases}$;

$$x \in (0; \frac{1}{e}) \cup (\sqrt{e}; +\infty).$$

1804 (с). а) $\sqrt{\sqrt{x}+2} - \sqrt{\sqrt{x}-1} \geq 1$; $\sqrt{x}+2 \geq \sqrt{x}+2 \sqrt{\sqrt{x}-1}$;

$$\begin{cases} \sqrt{x}-1 \leq 1 \\ \sqrt{x}-1 \geq 0 \end{cases}; \quad x \in [1; 4];$$

б) $\sqrt{\ln x + 3} \leq \ln x + 1$; $\begin{cases} \ln x + 3 \leq \ln^2 x + 2\ln x + 1 \\ x \geq \frac{1}{e^3} \\ \ln x + 1 \geq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} \ln x \leq -2 \\ \ln x \geq 1 \\ x \geq \frac{1}{e} \end{cases}$; $x \in [e; +\infty)$;

в) $\sin x - \sqrt{\sin x} \leq 0$; $0 \leq \sqrt{\sin x} \leq 1$; $0 \leq \sin x \leq 1$;

$$x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n];$$

г) $\sqrt{2^x+4} - \sqrt{2^x-4} > 2$; $2^x+4 > 4+2^x-4+4\sqrt{2^x-4}$;

$\sqrt{2^x-4} < 1$; $\begin{cases} 2^x < 5 \\ 2^x \geq 4 \end{cases}$; $x \in \{2; \log_2 5\}$ (в ответе задачника опечатка).

1805 (с). а) $\log_x (21-4x) > 2$; ОДЗ: $\begin{cases} 21-4x > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$; $x \in (0; 1) \cup (1; \frac{21}{4})$;

1) $x \in (0; 1)$; $21-4x < x^2$; $x^2+4x-21 > 0$; решений нет;

2) $x > 1$; $21-4x > x^2$; $x^2+4x-21 < 0$; $x \in (1; 3)$;

Ответ: $x \in (1; 3)$;

б) $\log_{2x-3}(x^2-10x+9) \leq 2$; ОДЗ: $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ 2x-3 \neq 1 \\ x^2-10x+9 > 0 \end{cases}$; $x > 9$; т.к. при $x > 9$,

$2x - 3 > 1$, то имеет: $x^2 - 10x + 9 \leq 4x^2 - 12x + 9$; $3x^2 - 12x \geq 0$;

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 4 \end{cases}; \text{ т.к. } x \text{ должен входить в ОДЗ, то } x \in (9; +\infty).$$

57.32 (1806). а) $\sqrt{\sin x - 1} \leq 4 - x^2$; ОДЗ: $\sin x \geq 1$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $4 - x^2 \geq 0$;

$x \in [-2; 2]$, т.к. x должен входить в ОДЗ, то $x = \pi/2$;

б) $\sqrt{\cos x - 1} \geq x^2 - 49$; ОДЗ: $\cos x \geq 1$; $x = 2\pi n$; $x^2 \leq 49$; $x \in [-7; 7]$;

т.к. x должен входить в ОДЗ, то $x = 0$, $x = \pm 2\pi$.

57.33 (1807). а) $6 \log_3 |x - 1| \leq 14 + 2x - x^2$; пусть $|x - 1| = a > 0$, тогда имеем:

$6 \log_3 a \leq 15 - a^2$; т.к. $y = 15 - a^2$ убывает, а $y = 6 \log_3 a$ — возрастает, то график этой функции могут иметь только одну точку пересечения; очевидно, $a = 3 \Rightarrow a \in (0; 3]$; $x \in [-2; 1) \cup (1; 4]$

Ответ: $[-2; 1) \cup (1; 4]$.

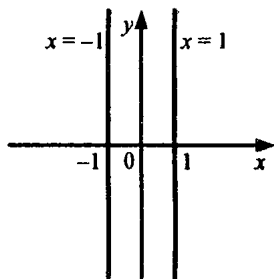
б) $\log_2 (x^2 + x - 10) > 25 - 2x - 2x^2$; пусть $x^2 + x - 10 = a > 0$, тогда имеем:

$\log_2 a > 5 - 2a$; т.к. $y = \log_2 a$ возрастает, а $y = 5 - 2a$ — убывает, то графики этих функций могут иметь только одну точку пересечения, очевидно, $a = 2 \Rightarrow \Rightarrow$ неравенство выполняется при $a > 2$; $x^2 + x - 10 > 2$;

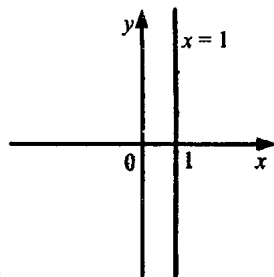
$x^2 + x - 12 > 0$; $x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

§ 58. Уравнения и неравенства с двумя переменными

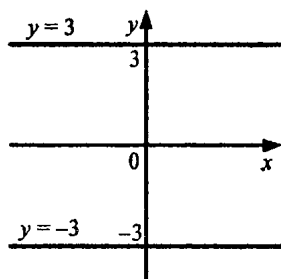
58.1.



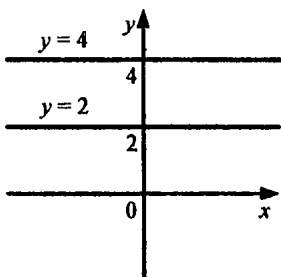
а)



в)

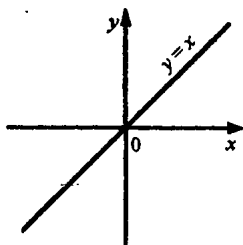


б)

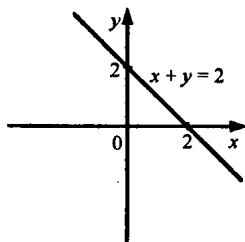


г)

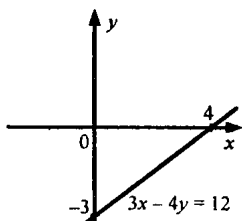
58.2. a)



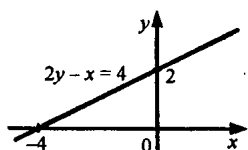
б)



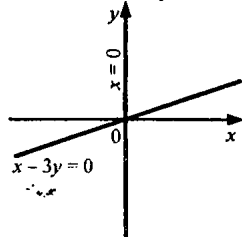
в)



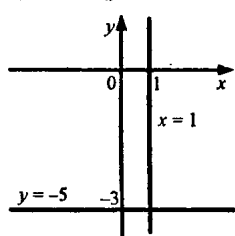
г)



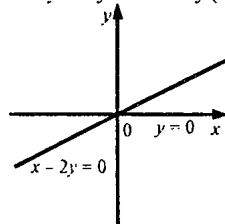
58.3. a) $x^2 - 3xy = 0 \Rightarrow x(x - 3y) = 0$



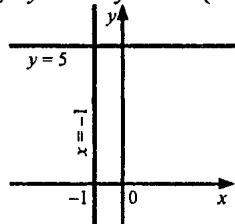
б) $(x - 1)(y + 5) = 0$



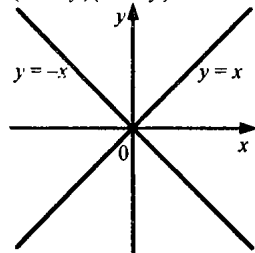
в) $xy - 2y^2 = 0 \Rightarrow y(x - 2y) = 0$



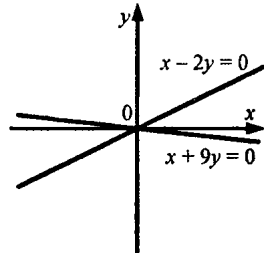
г) $xy - 5x + y = 5 \Rightarrow (x + 1)(y - 5) = 0$



58.4. a) $x^2 - y^2 = 0$
 $(x + 9y)(x - 2y) = 0$

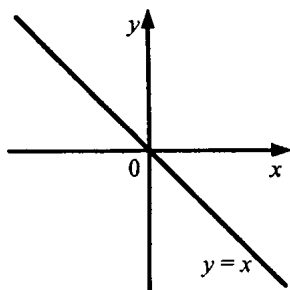


б) $x^2 + 7xy - 18y^2 = 0$



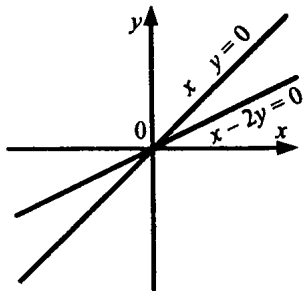
$$b) x^2 + 2xy + y^2 = 0$$

$$(x+y)^2 = 0$$



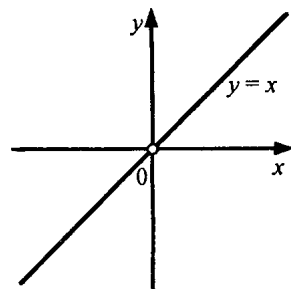
$$r) x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x-y)(x-2y) = 0$$



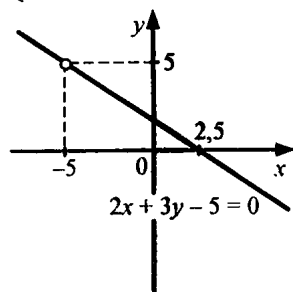
58.5.

$$a) \frac{x}{y} = 1$$



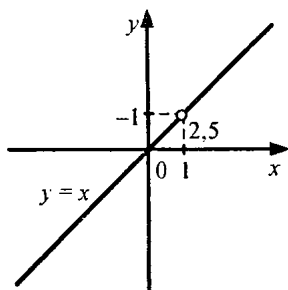
$$6) \frac{2x+3y-5}{x+y} = 0$$

$$\begin{cases} 2x+3y-5=0 \\ x+y \neq 0 \end{cases}$$



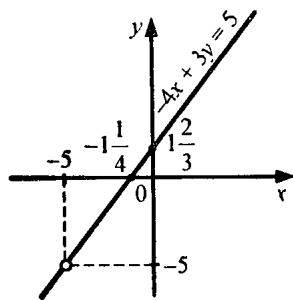
$$b) \frac{x-y}{x+y-2} = 0$$

$$\begin{cases} x=y \\ x+y \neq 2 \end{cases}$$

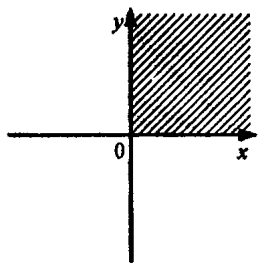


$$r) \frac{2x^2 - 4x - 2xy + 3y - 5}{x-y} = 2x$$

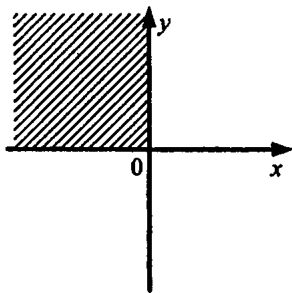
$$\frac{-4x+3y-5}{x-y} = 0 \quad \begin{cases} -4x+3y=5 \\ x \neq y \end{cases}$$



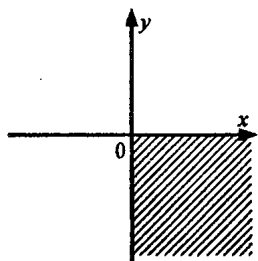
58.6. a) $|x| + |y| = x + y$



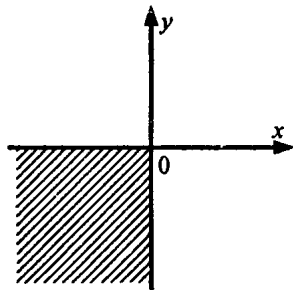
б) $|x| + |y| = y - x$



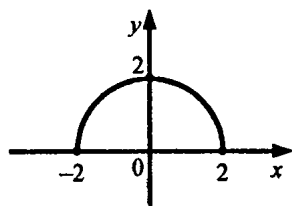
в) $|x| + |y| = x - y$



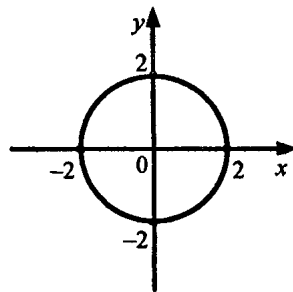
г) $|x| + |y| = -x - y$



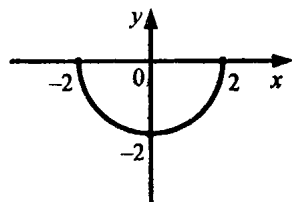
58.7. a) $y = \sqrt{4 - x^2}$



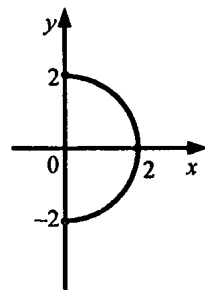
б) $|y| = \sqrt{4 - x^2}$ $x^2 + y^2 = 4$



в) $y = -\sqrt{4 - x^2}$

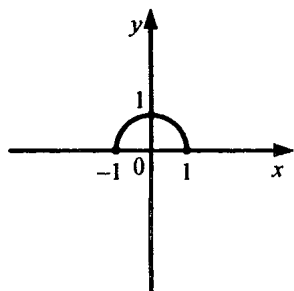


г) $x = \sqrt{4 - y^2}$



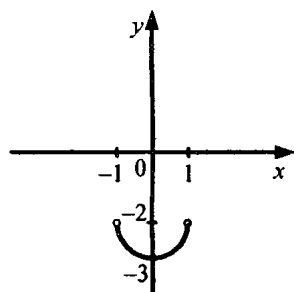
58.8.

a) $y = \sqrt{1-x^2}$

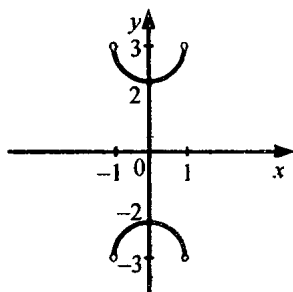


б) $|y| = -\sqrt{1-(x-1)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} y=0 \\ x=2 \end{cases}$

в) $y+2 = -\sqrt{1-x^2}$

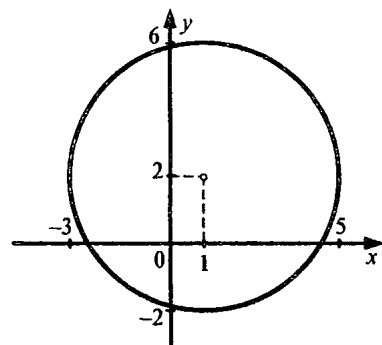


г) $|y| = 3 - \sqrt{1-x^2}$

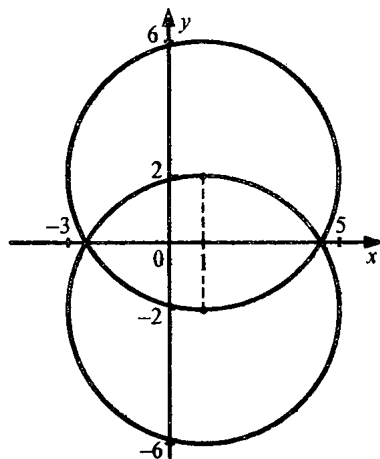


58.9.

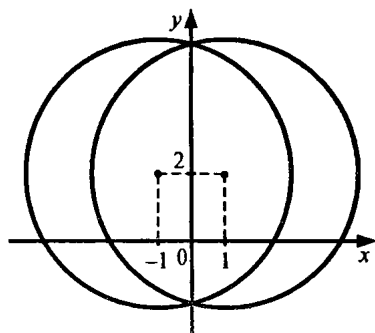
a) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$



б) $(x-1)^2 + (|y|-2)^2 = 16$

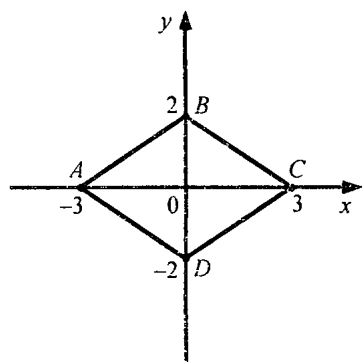


$$b) (|x|-1)^2 + (y-2)^2 = 16$$



58.10.

$$a) 2|x| + 3|y| = 6$$



$$S_{ABCD} = 4S_{AOB} = 2 \cdot AO \cdot BO = 12$$

$$58.11. a) x + 2y = 7 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 - 2k \\ y = k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

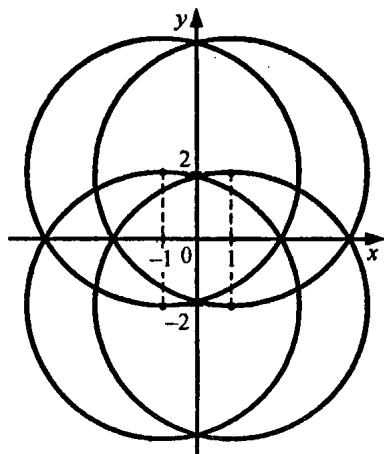
$$b) 5x + y = 17 \Rightarrow \begin{cases} x = k \\ y = 17 - 5k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

58.12.

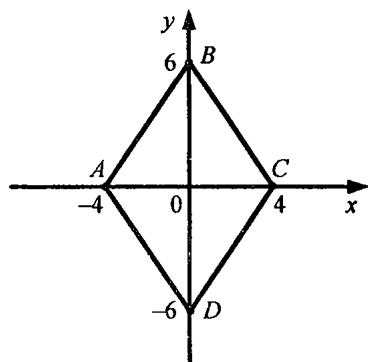
$$a) 7x + 2y = 1 \Rightarrow y = \frac{1-7x}{2}$$

$$x = 2k \Rightarrow y = \frac{1-14k}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow x \neq 2k$$

$$r) (|x|-1)^2 + (|y|-2)^2 = 16$$



$$b) 0,5|x| + \frac{1}{3}|y| = 2$$



$$S_{ABCD} = 4S_{AOB} = 2 \cdot AO \cdot BO = 48$$

$$x = 2k + 1 \Rightarrow y = \frac{-6 - 14k}{2} = -3 - 7k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 7x - 3 \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$6) 7x - 12y = 1 \Rightarrow x = \frac{12y + 1}{7}$$

$$y = 7k \Rightarrow x = \frac{84 \cdot k + 1}{7} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y \neq 7k$$

$$y = 7k - 1 \Rightarrow x = \frac{84 \cdot k - 11}{7} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y \neq 7k - 1$$

$$y = 7k - m \left. \vphantom{y = 7k - m} \right\} \Rightarrow x = \frac{84k + 1 - 12m}{7} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$m \in \{2, \dots, 6\} \Leftrightarrow \frac{1 - 12m}{7} \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 12k - 5 \\ y = 7k - 3 \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$58.13. a) x^2 - 5xy + 6y^2 = 2$$

$$(x - 2y)(x - 3y) = 2$$

$$1. \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - 2y = -1 \\ x - 3y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x - 2y = 2 \\ x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x - 2y = -2 \\ x - 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ответ: (1; 1); (-1; -1); (4; 1); (-4; -1).

$$6) x^2 + 2xy - 8y^2 = 7$$

$$(x + 4y)(x - 2y) = 7$$

$$1. \begin{cases} x + 4y = 7 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

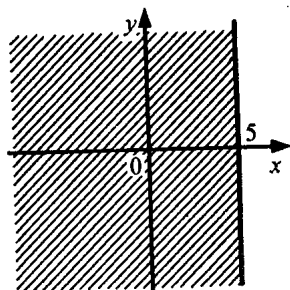
$$2. \begin{cases} x + 4y = -7 \\ x - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 4y = 1 \\ x - 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$$

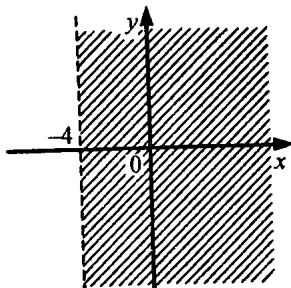
$$4. \begin{cases} x + 4y = -1 \\ x - 2y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: (3; 1); (-3; -1); (5; -1); (-5; 1).

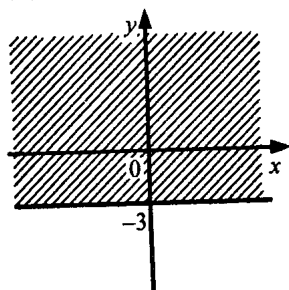
58.14. a) $x \leq 5$



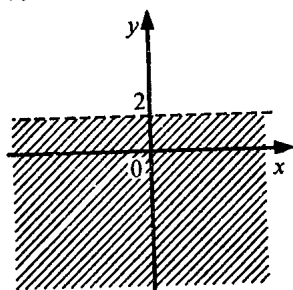
б) $x > -4$



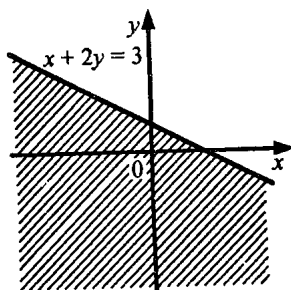
в) $y \geq -3$



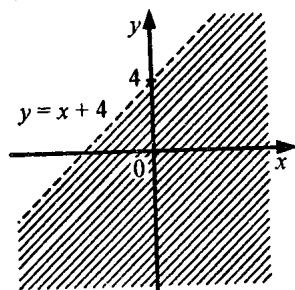
г) $y < 2$



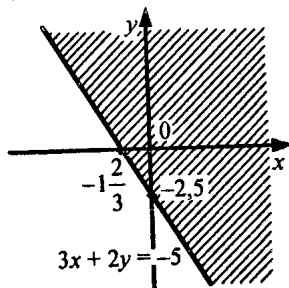
58.15. a) $x + 2y \leq 3$



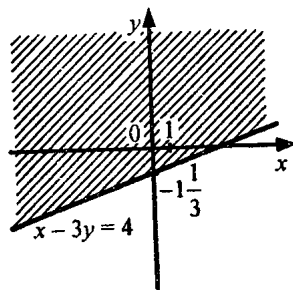
б) $x - y > -4$



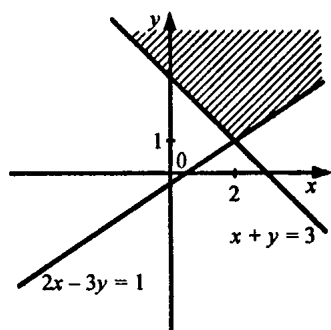
в) $3x + 2y \geq -5$



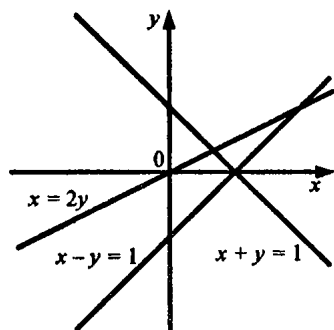
г) $x - 3y < 4$



58.16. а)
$$\begin{cases} x + y \geq 3 \\ 2x - 3y \leq 1 \end{cases}$$

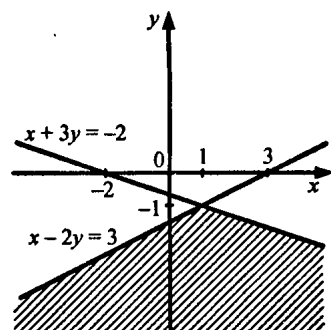


б)
$$\begin{cases} x - y \geq 1 \\ x + y \leq 1 \\ x \leq 2y \end{cases}$$

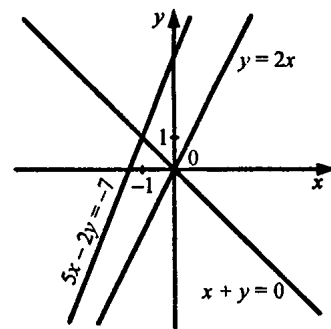


нет решений

в)
$$\begin{cases} x - 2y \geq 3 \\ x + 3y \leq -2 \end{cases}$$



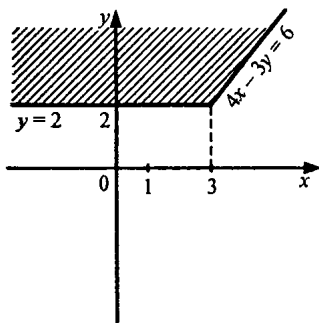
г)
$$\begin{cases} x - y \geq 2x \\ x + y \leq 3x \\ 5x \leq 2y - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \leq 0 \\ 2x \geq y \\ 5x - 2y \leq -7 \end{cases}$$



нет решений

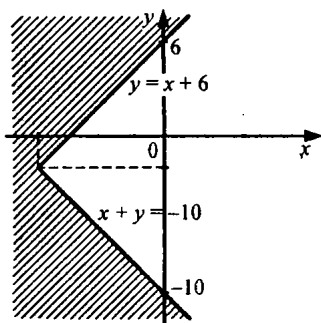
$$58.17. a) 2|x-3|+2x-3y \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-3y \leq 6 \\ x \geq 3 \\ y \geq 2 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



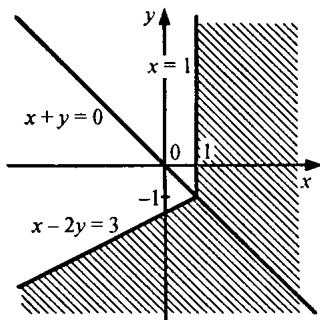
$$b) x-3+(y+2) \geq 2x+5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq x+6 \\ y \geq -2 \\ x+y \leq -10 \\ y \leq -2 \end{cases}$$



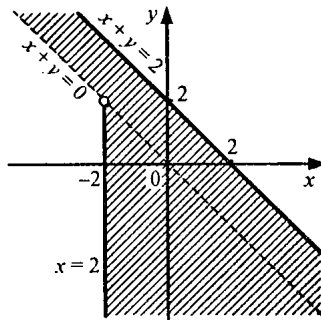
$$58.18. a) |x+y|+2x-y \geq 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x+y \geq 0 \\ x-2y \geq 3 \\ x+y \leq 0 \end{cases}$$



$$b) \frac{|x+y|}{x+y}x+|x+y|+y \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y > 0 \\ x+y \leq 2 \\ x+y < 0 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

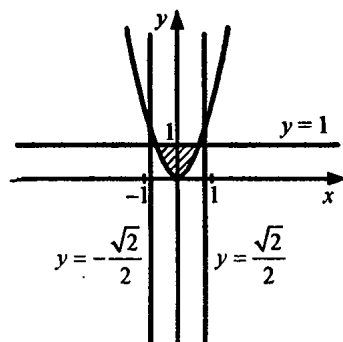
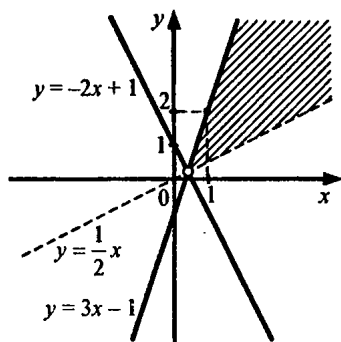


$$58.19. a) \sqrt{3x-y-1} < \sqrt{2x+y-1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y \geq 1 \\ 2x+y > 1 \\ x < 2y \end{cases}$$

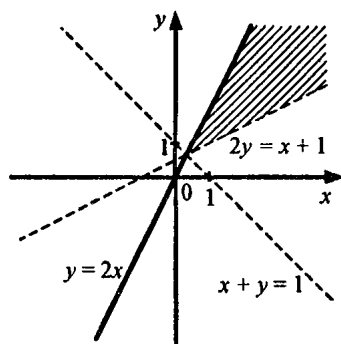
$$b) \sqrt{1-y} \leq \sqrt{1-2x^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 1 \\ |x| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y \geq 2x^2 \end{cases}$$



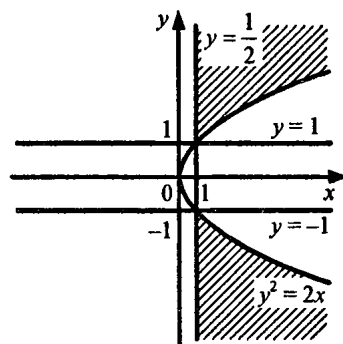
b) $\sqrt{x+y-1} > \sqrt{2x-y}$

$$\begin{cases} x+y-1 > 0 \\ 2x \geq y \\ 2y > x+1 \end{cases}$$

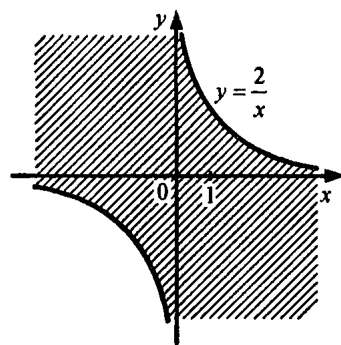


r) $\sqrt{y^2-1} \geq \sqrt{2x-1}$

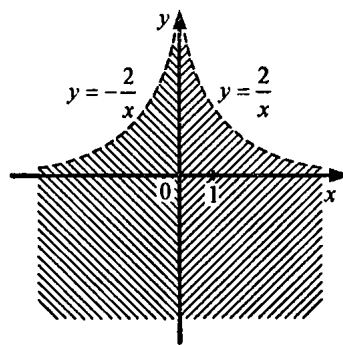
$$\Leftrightarrow \begin{cases} |y| \geq 1 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ y^2 \geq 2x \end{cases}$$



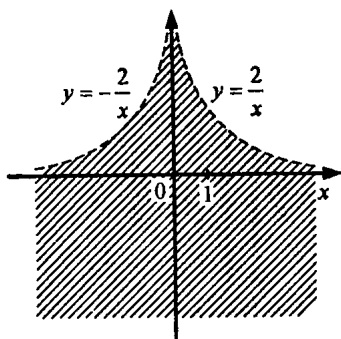
58.20. a) $x \cdot y \leq 2$



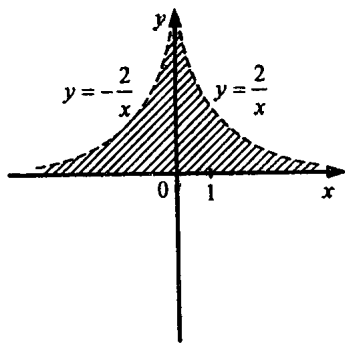
b) $y < \frac{2}{|x|}$



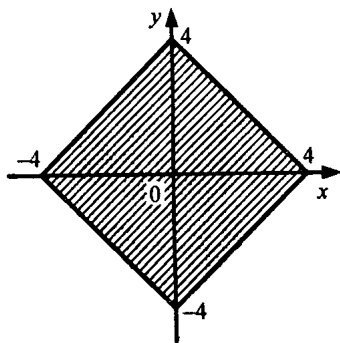
b) $|x| \cdot y < 2$



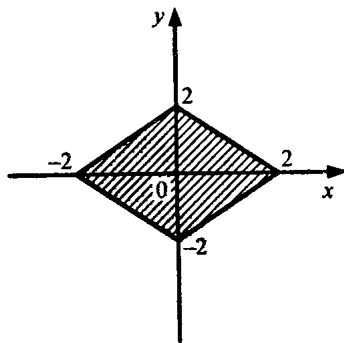
r) $|x| < \frac{2}{y}$



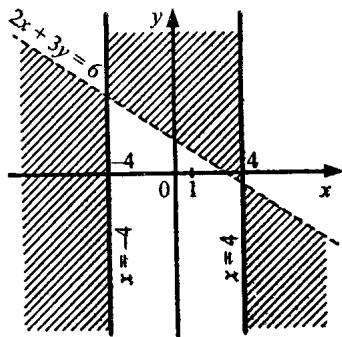
58.21. a) $|x| + |y| \leq 4$



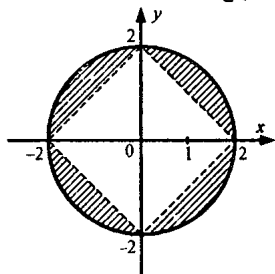
b) $2|x| + 3|y| \leq 6$



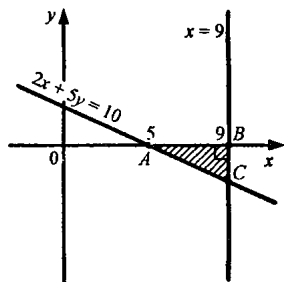
$$58.22. a) \frac{4-x^2}{2x+3y-6} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x| \leq 4 \\ 2x+3y > 6 \end{cases} \quad \begin{cases} |x| \geq 4 \\ 2x+3y < 6 \end{cases}$$



$$6) \frac{x^2 + y^2 - 4}{|x| + |y| - 2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ |x| + |y| > 2 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \\ |x| + |y| < 2 \end{cases}$$

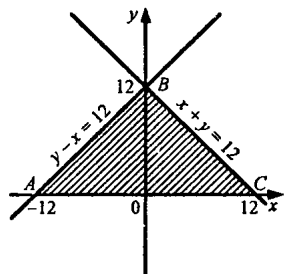


58.23. a) $\begin{cases} x \leq 9 \\ y \leq 0 \\ 2x + 5y \geq 10 \end{cases}$



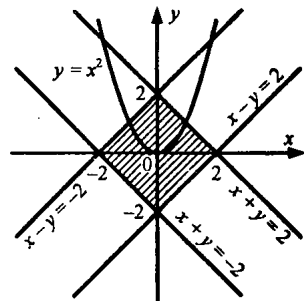
$$AB = 4, BC = \frac{8}{5} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = 3,2$$

6) $\begin{cases} x + y \leq 12 \\ y - x \leq 12 \\ y \geq 0 \end{cases}$



$$S_{ABC} = 2S_{\Delta OAB} = AO \cdot BO = 144$$

58.24. $\begin{cases} |x - y| \leq 2 \\ |x + y| \leq 2 \end{cases}$



$$a) P = \frac{S_1}{S} = \frac{7}{8}$$

$$б) P = \frac{S_2}{S} = \frac{2 \frac{1}{4}}{8} = \frac{9}{32}$$

$$в) P = \frac{S_3}{S} = \frac{1}{8}$$

$$г) P = \frac{S_4}{S} = \frac{2 \frac{1}{3}}{8} = \frac{7}{24}$$

$$S_4 = 2 \cdot \int_0^1 \left((2-x) - x^2 \right) dx = 2 \left(2x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_0^1 = 2 \frac{1}{3}$$

§ 59. Системы уравнений

$$59.1 (1808). a) \begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + 2y^2 - xy + 2x - 3y = 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 3 - y \\ 9 + y^2 - 6y + 2y^2 - 3y + y^2 + 6 - 2y - 3y - 3 = 0 \end{cases}; 4y^2 - 14y + 12 = 0;$$

$$2y^2 - 7y + 6 = 0; \quad y = \frac{3}{2}, \quad x = \frac{3}{2}; \quad y = 1, \quad x = 2;$$

$$\text{Ответ: } (2; 1), \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2} \right);$$

$$б) \begin{cases} y = 2 + x \\ x^3 - y^3 = -8 \end{cases}; \quad x^3 - x^3 - 8 - 6x^2 - 12x + 8 = 0; \quad x^2 + 2x = 0;$$

$$x = 0, \quad x = -2; \quad y = 2, \quad y = 0;$$

$$\text{Ответ: } (0; 2), (-2; 0).$$

$$в) \begin{cases} \sqrt{7 - 6x - y^2} = y + 5 \\ y = x - 1 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{-x^2 - 4x + 6} = x + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x^2 - 4x + 6 = x^2 + 8x + 16 \\ x \geq -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 6x + 5 = 0 \\ x \geq -4 \end{cases} \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow y = -2$$

$$\text{Ответ: } (-1; -2).$$

$$г) \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x^2 + 3xy - 3y^2 = 6 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 1 - 2y \\ 2 + 8y^2 - 8y + 3y - 6y^2 - 3y^2 - 6 = 0 \end{cases};$$

$$y^2 + 5y + 4 = 0; \quad y = -4, \quad x = 9; \quad y = -1; \quad x = 3;$$

$$\text{Ответ: } (9; -4), (3; -1).$$

$$1808 \text{ (c). a) } \begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + 2y^2 - xy + 2x - 3y = 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 3 - y \\ 9 + y^2 - 6y + 2y^2 - 3y + y^2 + 6 - 2y - 3y - 3 = 0 \\ 4y^2 - 14y + 12 = 0; \end{cases}$$

$$2y^2 - 7y + 6 = 0; \quad y = \frac{3}{2}, \quad x = \frac{3}{2}; \quad y = 1, \quad x = 2;$$

$$\text{Ответ: } (2; 1), \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right);$$

$$б) \begin{cases} y = 2 + x \\ x^3 - y^3 = -8 \end{cases}; \quad x^3 - x^3 - 8 - 6x^2 - 12x + 8 = 0;$$

$$x^2 + 2x = 0; \quad x = 0, \quad x = -2; \quad y = 2, \quad y = 0;$$

$$\text{Ответ: } (0; 2), (-2; 0).$$

$$в) \begin{cases} x + y = 5 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 5 - y \\ 125 - y^3 + 15y^2 - 75y + y^3 = 35 \end{cases};$$

$$15y^2 - 75y + 90 = 0;$$

$$y^2 - 5y + 6 = 0; \quad y = 2, \quad x = 3; \quad y = 3, \quad x = 2;$$

$$\text{Ответ: } (2; 3), (3; 2).$$

$$г) \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x^2 + 3xy - 3y^2 = 6 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 1 - 2y \\ 2 + 8y^2 - 8y + 3y - 6y^2 - 3y^2 - 6 = 0 \end{cases};$$

$$y^2 + 5y + 4 = 0; \quad y = -4, \quad x = 9; \quad y = -1; \quad x = 3;$$

$$\text{Ответ: } (9; -4), (3; -1).$$

$$59.2.а) \begin{cases} 3x = y + 1 \\ 7^{y-2x+2} = 7^{y-4x+1} + 6 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = 3x - 1 \\ 7^{x+1} = 7^{-x} + 6 \end{cases};$$

$$7 \cdot 7^{2x} - 6 \cdot 7^x - 1 = 0 \quad \text{— квадратное уравнение относительно } 7^x;$$

$$1) 7^x = 1; \quad x = 0, \quad y = -1; \quad 2) 7^x = -(1/7) \quad \text{— решений нет;}$$

$$\text{Ответ: } (0; -1).$$

$$б) \begin{cases} x = 2y \\ \log_{\sqrt{3}}(2y + x) + \log_{\sqrt{3}}(x - y + 1) = \log_3\left(\frac{1}{y+1}\right); \end{cases}$$

$$\log_{1/3} 4y + \log_{1/3}(y+1) = \log_{1/3}(y+1);$$

$$\begin{cases} 4y(y+1) = y+1 \\ y+1 > 0 \\ 4y > 0 \end{cases} ; y = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2};$$

Ответ: $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$.

1809 (c).

$$a) \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4} \\ \sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \end{cases};$$

$$\begin{cases} \cos(x-y) - \cos(x+y) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} - y \end{cases};$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2y\right) = 0; \begin{cases} y = \frac{3\pi}{8} + \frac{m}{2} \\ x = -\frac{\pi}{8} - \frac{m}{2} \end{cases};$$

Ответ: $\left(-\frac{\pi}{8} - \frac{m}{2}; \frac{3\pi}{8} + \frac{m}{2}\right)$;

$$b) \begin{cases} 3x = y + 1 \\ 7^{y-2x+2} = 7^{y-4x+1} + 6 \end{cases}; \begin{cases} y = 3x - 1 \\ 7^{x+1} = 7^{-x} + 6 \end{cases};$$

$7 \cdot 7^{2x} - 6 \cdot 7^x - 1 = 0$ — квадратное уравнение относительно 7^x ;

1) $7^x = 1$; $x = 0$, $y = -1$; 2) $7^x = -(1/7)$ — решений нет;

Ответ: $(0; -1)$.

$$b) \begin{cases} x = 2y \\ \log_{1/3}(2y+x) + \log_{1/3}(x-y+1) = \log_3\left(\frac{1}{y+1}\right); \end{cases}$$

$$\log_{1/3} 4y + \log_{1/3}(y+1) = \log_{1/3}(y+1);$$

$$\begin{cases} 4y(y+1) = y+1 \\ y+1 > 0 \\ 4y > 0 \end{cases} ; y = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2};$$

Ответ: $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$.

$$r) \begin{cases} \sqrt{7-6x-y^2} = y+5; \\ y = x-1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = y+1 \\ \sqrt{7-6y-6-y^2} = y+5; \end{cases}$$

$$y^2 + 10y + 25 = -y^2 - 6y + 1;$$

$$y \geq -5; 2y^2 + 16y + 24 = 0;$$

$$y^2 + 8y + 12 = 0;$$

1) $y = -2, x = -1$; 2) $y = -6$ — не подходит;

Ответ: $(-1; -2)$.

$$59.3 (1810). \text{ а) } \begin{cases} 3x + 2y = 1; \\ x - y = -3; \end{cases}$$

$$(3x + 2y) + 2(x - y) = 1 + (-3) \cdot 2;$$

$$5x = -5; x = -1, y = 2;$$

Ответ: $(-1; 2)$.

$$б) \begin{cases} 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 1; \\ 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 4; \end{cases}$$

$$2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} - \frac{3}{2}(3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 1 - \frac{3}{2} \cdot 4;$$

$$-\frac{5}{2}\sqrt{x} = -5; \sqrt{x} = 2 \quad x=4; y=1;$$

Ответ: $(4; 1)$.

$$в) \begin{cases} x + y^2 = 2 \\ 2y^2 + x^2 = 3 \end{cases}; x^2 - 2x + 1 = 0; x = 1, y = \pm 1;$$

Ответ: $(1; \pm 1)$.

$$г) \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{y} = 3 \\ 3\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[4]{y} = 1 \end{cases}; 8\sqrt[3]{x} = 16; x = 8, y = 1;$$

Ответ: $(8; 1)$.

$$59.4 (1811). \text{ а) } \begin{cases} \log_2 x - \log_3 y = -5 \\ 2\log_2 x + 3\log_3 y = 0 \end{cases};$$

$$5\log_2 x = -15; x = \frac{1}{8}, y = 9;$$

Ответ: $(\frac{1}{8}; 9)$.

$$б) \begin{cases} \cos x + \cos 2y = -\frac{1}{2}; \\ 3 \cos 2y - \cos x = 2,5 \end{cases}$$

$$\cos 2y = \frac{1}{2}; \quad y = \pm \frac{\pi}{6} + m, \quad \cos x = -1 \quad x = \pi + 2\pi k;$$

Ответ: $(\pi + 2\pi k; \pm(\pi/6) + \pi n)$.

$$в) \begin{cases} 2^{x+2y} - \sqrt{2x+y} = 6 \\ 3\sqrt{2x+y} - 2^{x+2y} = -2 \end{cases}; \quad \begin{cases} \sqrt{2x+y} = 2 \\ 2^{x+2y} = 8 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = 4 - 2x \\ 2^{8-3x} = 8 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 5/3 \\ y = 2/3 \end{cases}$$

Ответ: $(\frac{5}{3}; \frac{2}{3})$.

$$г) \begin{cases} 2 \sin 2x + \operatorname{tg} 3y = 2 \\ 6 \sin 2x - 2 \operatorname{tg} 3y = 1 \end{cases}$$

$$\sin(2x) = \frac{1}{2}; \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, \quad y = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3};$$

Ответ: $((-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi m}{2}; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3})$.

$$59.5 (1812). \text{ а) } \begin{cases} \frac{5}{3x-y} + \frac{3}{x-3y} = -2 \\ \frac{15}{3x-y} + \frac{2}{x-3y} = 1 \end{cases};$$

обозначив $a = \frac{5}{3x-y}$, $b = \frac{6}{x-3y}$,

получим: $\begin{cases} a + \frac{b}{2} = -2 \\ 3a + \frac{b}{3} = 1 \end{cases}; \quad \frac{7b}{6} = -7;$

$$\begin{cases} b = -6 \\ a = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}; \quad x = 2, y = 1$$

Ответ: (2; 1).

$$б) \begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{6}{x-y} = -1 \\ \frac{5}{x+y} + \frac{9}{x-y} = -2 \end{cases}; \quad \frac{1}{x+y} = a, \quad \frac{3}{x-y} = b;$$

$$\begin{cases} 3a + 2b = -1 \\ 5a + 3b = -2 \end{cases}; \quad \begin{cases} b = 1 \\ a = -1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = 3 \end{cases}; \quad x = 1, y = -2;$$

Ответ: (1; -2).

59.6 (1813).

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ \log_6^2 xy + 1 = 2 \log_6 xy \end{cases};$$

$$\log_6 xy = 1; \quad xy = 6; \quad \begin{cases} x = 6 - \frac{3}{2}y \\ 6y - \frac{3}{2}y^2 = 6 \end{cases};$$

$$y^2 - 4y + 4 = 0; \quad y = 2, \quad x = 3;$$

Ответ: (3; 2).

$$b) \begin{cases} \sqrt{xy} = 10 - 3\sqrt[4]{xy} \\ 2x - 5y = 6 \end{cases};$$

уравнение $\sqrt{xy} = 10 - 3\sqrt[4]{xy}$ — квадратное относительно $\sqrt[4]{xy} \Rightarrow \sqrt[4]{xy} = 2$ ($\sqrt[4]{xy} = -5$ не имеет решений);

$$\begin{cases} \sqrt[4]{xy} = 2 \\ x = 3 + \frac{5}{2}y \end{cases}; \quad \text{ОДЗ: } xy > 0; \quad 3y + \frac{5}{2}y^2 = 16; \quad 5y^2 + 6y - 32 = 0;$$

$$y = -\frac{16}{5}, \quad x = -5; \quad y = 2, \quad x = 8;$$

Ответ: (-5; -16/5), (8; 2).

$$59.7 (1814). \quad a) \begin{cases} 3\sqrt[3]{x+y} = \log_2 16x^2 \\ \log_2 x^2 + 2\sqrt[3]{x+y} = 6 \end{cases};$$

$$3 \log_2 x^2 + 2 \log_2 16x^2 = 18; \quad \log_2 x^2 = 2; \quad x = 2, \quad y = 6; \quad x = -2, \quad y = 10;$$

Ответ: (2; 6), (-2; 10).

$$b) \begin{cases} 3^{x-y} - 7|2y-x| = 2 \\ |2y-x| - 3^{x-y-1} = -2 \end{cases};$$

$$|2y-x| = a, \quad 3^{x-y-1} = b: \quad \begin{cases} 3b - 7a = 2 \\ a - b = -2 \end{cases}; \quad -4a = -4; \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x - y = 2 \\ 2y - x = \pm 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 2 + y \\ y - 2 = \pm 1 \end{cases}; \quad y = 3, \quad x = 5; \quad y = 1, \quad x = 3;$$

Ответ: (5; 3), (3; 1).

$$1814 (c). \quad a) \begin{cases} 3 \log_{1/2} x + 2^{y+1} = 5 \\ 2^y + \log_2 x = 5 \end{cases};$$

$$5 \log_2 x = 5; \quad x = 2, \quad y = 2;$$

Ответ: (2; 2).

$$6) \begin{cases} 3\sqrt[3]{x+y} = \log_2 16x^2 \\ \log_2 x^2 + 2\sqrt[3]{x+y} = 6 \end{cases};$$

$$3\log_2 x^2 + 2\log_2 16x^2 = 18; \log_2 x^2 = 2; x = 2, y = 6; x = -2, y = 10; \setminus$$

Ответ: (2; 6), (-2; 10).

$$B) \begin{cases} \operatorname{tg}^2 x + \sin y = 2 \\ 3\sin y + \operatorname{tg}^2 x = 0 \end{cases};$$

$$2\sin y = -2; \operatorname{tg}^2 x = 3; y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi, x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi k;$$

Ответ: $\left(\pm\frac{\pi}{3} + \pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi\right)$.

$$r) \begin{cases} 3^{x-y} - 7|2y-x| = 2 \\ |2y-x| - 3^{x-y-1} = -2 \end{cases};$$

$$|2y-x| = a, 3^{x-y-1} = b; \begin{cases} 3b - 7a = 2 \\ a - b = -2 \end{cases}, -4a = -4;$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}; \begin{cases} x - y = 2 \\ |2y - x| = \pm 1 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 + y \\ |y - 2| = \pm 1 \end{cases}; y = 3, x = 5; y = 1, x = 3;$$

Ответ: (5; 3), (3; 1).

$$1814 \text{ (c). a) } \begin{cases} 3\log_{1/2} x + 2^{y+1} = 5 \\ 2^y + \log_2 x = 5 \end{cases};$$

$$5\log_2 x = 5; x = 2, y = 2;$$

Ответ: (2; 2).

$$6) \begin{cases} 3\sqrt[3]{x+y} = \log_2 16x^2 \\ \log_2 x^2 + 2\sqrt[3]{x+y} = 6 \end{cases};$$

$$3\log_2 x^2 + 2\log_2 16x^2 = 18; \log_2 x^2 = 2;$$

$$x = 2, y = 6; x = -2, y = 10;$$

Ответ: (2; 6), (-2; 10).

$$B) \begin{cases} \operatorname{tg}^2 x + \sin y = 2 \\ 3\sin y + \operatorname{tg}^2 x = 0 \end{cases};$$

$$2\sin y = -2; \operatorname{tg}^2 x = 3; y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi, x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi k;$$

Ответ: $\left(\pm\frac{\pi}{3} + \pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi\right)$.

$$r) \begin{cases} 3^{x-y} - 7|2y-x| = 2 \\ |2y-x| - 3^{x-y-1} = -2 \end{cases};$$

$$|2y-x| = a, \quad 3^{x-y-1} = b; \quad \begin{cases} 3b - 7a = 2 \\ a - b = -2 \end{cases}; \quad -4a = -4;$$

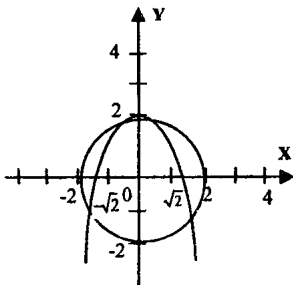
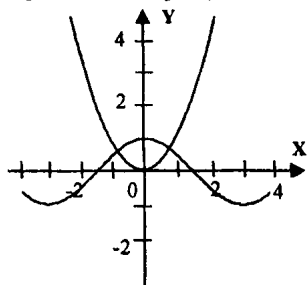
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x - y = 2 \\ |2y - x| = \pm 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 2 + y \\ y - 2 = \pm 1 \end{cases}; \quad y = 3, \quad x = 5; \quad y = 1, \quad x = 3;$$

Ответ: (5; 3), (3; 1).

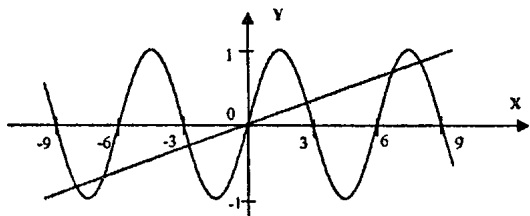
$$59.8 \text{ (1815). a) } \begin{cases} y = x^2 \\ y = \cos x \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = 2 - x^2 \end{cases}; \quad 3 \text{ решения (см.рис.)}$$

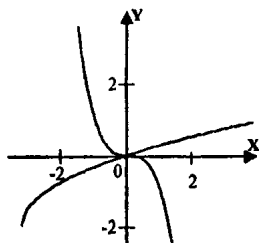
2 решения (см.рис.);



$$b) \begin{cases} y = \sin x \\ y = 0, |x| \end{cases}; \quad 7 \text{ решений (см.рис.);}$$

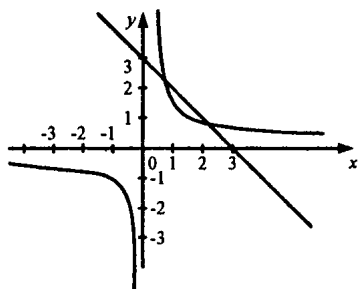


$$r) \begin{cases} y + 2 = \sqrt{x+4} \\ y + x^3 = 0 \end{cases}; \quad 1 \text{ решение (см.рис.);}$$



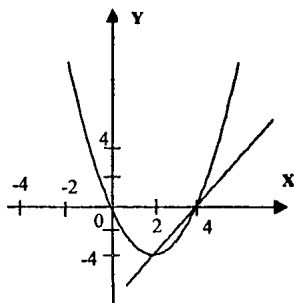
$$59.9 \text{ (1816). a) } \begin{cases} y+x=3; \\ xy=2 \end{cases};$$

Ответ: (1; 2), (2; 1);



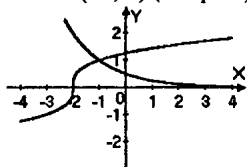
$$б) \begin{cases} y=x(x-4) \\ y+8=2x \end{cases}$$

Ответ: (2; -4), (4; 0) (см.рис.).



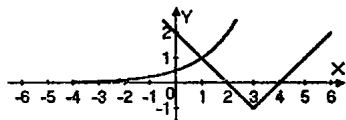
$$59.10 \text{ (1817). a) } \begin{cases} y \cdot 2^{x+1} = 1; \\ \sqrt[3]{x+2} = y \end{cases};$$

Ответ: (-1; 1) (см. рис.).



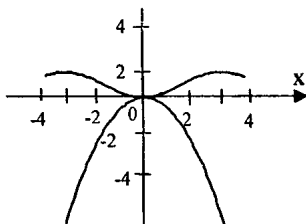
$$б) \begin{cases} y = 2^{x-1} \\ |x-3| = y+1 \end{cases};$$

Ответ: (1; 1) (см.рис.).



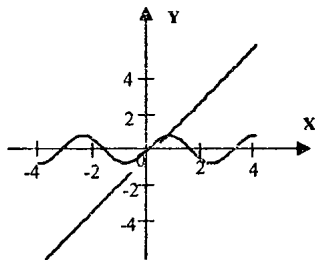
$$1818 \text{ (c). a) } \begin{cases} y-1 = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right); \\ y+x^2 = 0 \end{cases};$$

Ответ: (0; 0) (см.рис.)



$$б) \begin{cases} y = \sin 2x \\ y-1 = 2x - \frac{\pi^6}{2} \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$ (см.рис.).



$$1819 \text{ (c). a) } \begin{cases} 2x+3y=1; \\ 4x+6y=5; \end{cases};$$

$-2(2x+3y)+4x+6y = -1 \cdot 2 + 5; \quad 0 = 3 \Rightarrow$ нет решений;

$$б) \begin{cases} \cos(x+y) + \sin xy = 1 \\ 2 \sin xy + \cos(x+y) = -1 \end{cases};$$

$$-(\cos(x+y) + \sin xy) + 2 \sin xy + \cos(x+y) = -1 - 1;$$

$$\sin xy = -2 \Rightarrow \text{нет решений.}$$

$$в) \begin{cases} y - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x; \\ \sin x = y \end{cases};$$

$$\sin x - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x, \text{ но } \left(\frac{1}{3}\right)^x > 0,$$

$$а \sin x - 1 \leq 0 \Rightarrow \text{нет решений.}$$

$$г) \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x - 4 \end{cases}; \begin{cases} y = x - 4 \\ 2x^2 - 8x + 12 = 0 \end{cases},$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0 \Rightarrow \text{решений нет.}$$

$$59.11 (1820). а) \begin{cases} y + 2x = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ 5x^2 - 12x + 7 = 0 \end{cases}; x = 1, y = 1; x = \frac{7}{5}, y = \frac{1}{5};$$

$$\text{Ответ: } (1; 1), \left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right).$$

$$б) \begin{cases} \frac{y}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^x; \\ y = \log_2 x \end{cases}; \log_2 x = 3^{2-x};$$

т.к. $y = \log_2 x$ возрастает, а $y = 3^{2-x}$ убывает, то они имеют только 1 точку пересечения (2; 1);

Ответ: (2; 1).

$$59.12 (1820). а) \begin{cases} 2 \sin(x+y) - 3 \cos(x-y) = 5 \\ 7 \cos(x-y) + 5 \sin(x+y) = -2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \sin(x+y) = 1 \\ \cos(x-y) = -1 \end{cases}; \begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x-y = \pi + 2\pi m \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + \pi(n+k) \\ y = -\frac{\pi}{4} + \pi(k-n) \end{cases},$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{3\pi}{4} + \pi(n+k); -\frac{\pi}{4} + \pi(k-n)\right).$$

$$6) \begin{cases} x^4 - y^4 = 15 \\ x^4 + y^4 = 17 \end{cases}; \begin{cases} x^4 = 16 \\ y^4 = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 1 \end{cases};$$

Ответ: (2; 1), (2; -1), (-2; 1), (-2; -1).

$$59.13 (1821), a) \begin{cases} \sqrt{\frac{y-x}{2x}} - \sqrt{\frac{x}{x+y}} = \frac{1}{2} \\ 16\sqrt{\frac{x}{x+y}} - 7\sqrt{\frac{y-x}{2x}} = 1 \end{cases};$$

$$\sqrt{\frac{y-x}{2x}} = a \geq 0; \sqrt{\frac{x}{x+y}} = b \geq 0;$$

$$\begin{cases} a-b = \frac{1}{2} \\ 16b-7a = 1 \end{cases}; 9a=9; \begin{cases} a=1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} \frac{y-x}{2x} = 1 \\ \frac{x}{x+y} = \frac{1}{4} \end{cases}; \begin{cases} y = 3x \\ \frac{3}{4}x = \frac{1}{4}y \\ x \neq 0 \\ y \neq -x \end{cases}; \begin{cases} y = 3x \\ x \neq 0 \end{cases};$$

Ответ: (c; 3c), c ≠ 0 — любое число.

$$6) \begin{cases} 2^{x+y} - 3^{x-y} = 1 \\ 2^{x+y} + 3^{x-y} = 3 \end{cases}; \begin{cases} 2^{x+y} = 2 \\ 3^{x-y} = 1 \end{cases}; \begin{cases} x+y = 1 \\ x-y = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases};$$

Ответ: $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

$$59.14 (1821), a) \begin{cases} \sqrt{x+1} - y = 2 \\ \log_7(4-x) = y \end{cases};$$

$$\log_7(4-x) = -2 + \sqrt{x+1}; \text{ ОДЗ: } x \in [-1; 4);$$

$y = \log_7(4-x)$ убывает, а $y = \sqrt{x+1} - 2$ возрастает \Rightarrow они имеют только одну точку пересечения (3; 0);

Ответ: (3; 0).

$$6) \begin{cases} x+y = 1 \\ 2^{x-y} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} \cdot \frac{8^{2/3}}{2} \end{cases}; \begin{cases} x+y = 1 \\ 2^{x-y} = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^{-1} = 2^3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x+y = 1 \\ x-y = 3 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases};$$

Ответ: (2; -1).

$$59.15 \text{ (1822). a) } \begin{cases} (2x+y)(x+3y) = 48 \\ \frac{2x+y}{x+3y} = \frac{3}{4} \end{cases} ; \begin{cases} 2x+y = \frac{3}{4}(x+3y) \\ \frac{3}{4}(x+3y)^2 = 48 \\ x+3y \neq 0 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} 5x = 5y \\ x+3y = \pm 8 \end{cases} ; x = 2, y = 2; x = -2, y = -2;$$

Ответ: (2; 2), (-2; -2).

$$6) \begin{cases} \frac{x-3}{y+2} = 4 \\ (x-3)^2 + (y+2)^2 = 17 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x-3 = 4(y+2) \\ (y+2)^2 + 16(y+2)^2 - 17 = 0; y+2 = \pm 1; \\ y \neq -2 \end{cases}$$

$$y = -1, x = 7; y = -3, x = -1;$$

Ответ: (7; -1), (-1; -3).

$$1823 \text{ (c). a) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x^4 - y^4 = 65 \end{cases} ; \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = 65 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} ; \begin{cases} x^2 = 9 \\ y^2 = 4 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x = \pm 3 \\ y = \pm 2 \end{cases} ;$$

Ответ: (3; 2), (3; -2), (-3; 2), (-3; -2).

$$6) \begin{cases} 2x^4 = x^2y^2 + 1 \\ 3x^4 = x^2y^2 + 2 \end{cases} ;$$

Вычитая из второго первое получаем: $\begin{cases} x^4 = 1 \\ x^2y^2 = 1 \end{cases} ; x = \pm 1, y = \pm 1;$

Ответ: (1; 1), (1; -1), (-1; 1), (-1; -1).

$$1824 \text{ (c). a) } \begin{cases} y + x^3 = 4 \\ 3y + y^2 + 2x^3 = 20 \end{cases} ;$$

$$y^2 + y - 12 = 0; y = -4, x = 2; y = 3, x = i;$$

Ответ: (2; -4), (1; 3).

$$6) \begin{cases} y^4 + x = 3 \\ 2x^2 - 5x + 3y^4 = 1 \end{cases};$$

$$2x^2 - 8x + 8 = 0; x^2 - 4x + 4 = 0; x = 2, y = \pm 1;$$

Ответ: (2; ± 1).

$$1825 \text{ (c). a) } \begin{cases} x^3 y^5 = 32 \\ x^5 y^3 = 8 \end{cases};$$

(0; y) не является решением при всех y, (x; 0) не является решением при всех x;

$$\frac{x^3 y^5}{x^5 y^3} = \frac{32}{8} \cdot 4; y^2 = 4x^2; y = \pm 2x;$$

$$1) x^5 \cdot 8x^3 = 8; x = \pm 1, y = \pm 2;$$

$$2) -x^5 \cdot 8x^3 = 8 \text{ — решений нет};$$

Ответ: (1; 2), (-1; -2).

$$6) \begin{cases} (x+2y)^3(x-2y)^2 = 9 \\ (x-2y)^3(x+2y)^2 = -27 \end{cases};$$

$$x-2y = -3(x+2y) \text{ (аналогично пункту а);}$$

$$4x = -4y; x = -y; y^3 y^2 = 1; y = 1, x = -1;$$

Ответ: (-1; 1).

$$1826 \text{ (c). a) } \begin{cases} \frac{x}{y} - xy = -9 \\ 2xy - \frac{3y}{x} = 23 \end{cases};$$

$$2\frac{x}{y} - 3\frac{y}{x} - 5 = 0; 2\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 5\left(\frac{x}{y}\right) - 3 = 0;$$

$$1) \frac{x}{y} = -\frac{1}{2}; \begin{cases} y = -2x \\ -4x^2 + 6 = 23 \end{cases}; \text{ решений нет};$$

$$2) \frac{x}{y} = 3; \begin{cases} x = 3y \\ 3 - 3y^2 = -9 \end{cases}; \begin{cases} y = \pm 2 \\ x = \pm 6 \end{cases};$$

Ответ: (6; 2), (-6; -2).

$$6) \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x}{y} = -\frac{5}{6} \\ \frac{x^2+xy}{xy-y^2} = \frac{1}{6} \end{cases}; \frac{x}{y} = a; \frac{x+y}{x-y} = b; (y \neq 0, x \neq y);$$

$$\begin{cases} b+a = -\frac{5}{6}; \\ ab = \frac{1}{6} \end{cases}; \begin{cases} a = -\frac{5}{6} - b \\ b^2 + \frac{5}{6}b + \frac{1}{6} = 0 \end{cases};$$

$$1) \begin{cases} b = -\frac{1}{2}; \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases}; \begin{cases} 2x+2y = y-x \\ 3x = -y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases}; \begin{cases} y = -3x \\ 3x = -y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases};$$

$(c; -3c), c \neq 0$ — любое число;

$$2) \begin{cases} b = -\frac{1}{3}; \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} 3x+3y = y-x \\ 2x = -y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases}; \begin{cases} 4x = -2y \\ 2x = -y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases};$$

$(d, -2d), d \neq 0$ — любое число;

Ответ: $(c; -3c), (c; -2c), c \in R \setminus \{0\}$.

$$1827 \text{ (с). а) } \begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 = 0 \\ y^2 - 3xy = 16 \end{cases};$$

$(x; 0)$ не является решением для всех $x \Rightarrow y \neq 0$;

$$2\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} - 1 = 0; \quad \frac{x}{y} = -1, \quad \frac{x}{y} = \frac{1}{2};$$

$$1) \begin{cases} x = -y \\ y^2 + 3y^2 = 16 \end{cases}; \begin{cases} y = 2 \\ x = -2 \end{cases}, \begin{cases} y = -2 \\ x = 2 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} y = 2x \\ 4x^2 - 6x^2 = 16 \end{cases}; \text{ решений нет;}$$

Ответ: $(-2; 2), (2; -2)$.

$$б) \begin{cases} 3x^2 - xy = 10y^2 \\ x^2 - 2xy + y^2 = 4 \end{cases};$$

$$3\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} - 10 = 0 \text{ (аналогично пункту а);}$$

$$\frac{x}{y} = -\frac{5}{3}, \quad \frac{x}{y} = 2;$$

$$1) \begin{cases} x = 2y \\ 4y^2 - 4y^2 + y^2 = 4 \end{cases}; \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases}, \begin{cases} y = -2 \\ x = -4 \end{cases};$$

$$2 \begin{cases} x = -\frac{5}{3}y \\ \frac{25}{9}y^2 + 10y^2 + y = 4 \end{cases}; y^2 = \frac{36}{64}; \begin{cases} y = \frac{3}{4} \\ x = -\frac{5}{4} \end{cases}; \begin{cases} y = -\frac{3}{4} \\ x = \frac{5}{4} \end{cases};$$

Ответ: (4; 2), (-4; -2), $\left(-\frac{5}{4}; \frac{3}{4}\right)$, $\left(\frac{5}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

$$1828 \text{ (c). a) } \begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = -1 \\ 2x^2 - 3xy - 3y^2 = -4 \end{cases}; \left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{1}{2},$$

$$\left(\frac{x}{y}\right) = -7 \text{ (аналогично предыдущей задаче);}$$

$$1) \begin{cases} y = -2x \\ x^2 - 6x^2 + 4x^2 = -1 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}, \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = -7y \\ 49y^2 - 21y^2 + y^2 = -1 \end{cases}; \text{решений нет;}$$

Ответ: (1; -2), (-1; 2).

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + xy + 4y^2 = 6 \\ 3x^2 + 8y^2 = 14 \end{cases}; \left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{1}{2},$$

$$\left(\frac{x}{y}\right) = 4 \text{ (аналогично предыдущей задаче);}$$

$$1) \begin{cases} y = -2x \\ x^2 - 2x^2 + 16x^2 = 6 \end{cases}; \begin{cases} x = \sqrt{\frac{2}{5}} \\ y = -2\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}, \begin{cases} x = -\sqrt{\frac{2}{5}} \\ y = 2\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = 4y \\ 48y^2 + 8y^2 = 14 \end{cases}, \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases}, \begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases};$$

Ответ: (2; 1/2), $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}; -2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$, $\left(-\sqrt{\frac{2}{5}}; 2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$.

$$1829 \text{ (c). a) } \begin{cases} x - 2xy + y = -17 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}; x + y = a, xy = b; \begin{cases} a - 2b = -17 \\ a^2 - 2b = 25 \end{cases};$$

$$x^2 - a - 42 = 0, \begin{cases} a = 7 \\ b = 12 \end{cases}; \begin{cases} x = 7 - y \\ 7y - y^2 = 12 \end{cases}; y^2 - 7y + 12 = 0;$$

$$\begin{cases} y = 4 \\ x = 3 \end{cases}; \begin{cases} y = 3 \\ x = 4 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} a = -6 \\ b = \frac{11}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = -6 - y \\ -6y - y^2 = \frac{11}{2}; 2y^2 + 12y + 11 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{-6 \pm \sqrt{14}}{2} \\ x = -6 + \frac{6 \mp \sqrt{14}}{2} \end{cases};$$

Эти решения иррациональны;

Ответ: (3; 4), (4; 3).

$$6) \begin{cases} x + y + x^2 + y^2 = 18 \\ xy + x^2 + y^2 = 19 \end{cases}; \begin{cases} a - b = 1 \\ b^2 - a = 19 \end{cases};$$

$$b = 5, a = 6; \begin{cases} a - b = 1 \\ b^2 - a = 19 \end{cases};$$

$$b^2 - b - 20 = 0;$$

$$1) \begin{cases} b = 5 \\ a = 6 \end{cases}; \begin{cases} x = 5 - y \\ 5y - y^2 = 6 \end{cases};$$

$$y^2 - 5y + 6 = 0; \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}, \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} b = -4 \\ a = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = -4 - y \\ y^2 + 4y + 5 = 0 \end{cases}; \text{решений нет};$$

Ответ: (2; 3), (3; 2).

$$1830 \text{ (с). а) } \begin{cases} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 12 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \end{cases};$$

$$x + y = a, xy = b; \begin{cases} \frac{a(a^2 - 3b)}{b} = 12 \\ \frac{a}{b} = \frac{1}{3} \end{cases};$$

$$\begin{cases} b = 3a \\ a^2 - 9a = 36 \end{cases}; a^2 - 9a - 36 = 0;$$

$$1) \begin{cases} a = 12 \\ b = 36 \end{cases}; \begin{cases} x = 12 - y \\ 12y - y^2 = 36 \end{cases};$$

$$y^2 - 12y + 36 = 0; \begin{cases} y = 6 \\ x = 6 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} a = -3 \\ b = 9 \end{cases}; \begin{cases} x = -3 - y \\ -3y - y^2 = 9 \end{cases}; \text{решений нет;}$$

Ответ: (6; 6).

$$6) \begin{cases} xy(x+y) = 20 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \end{cases}; xy = a, x+y = b;$$

$$\begin{cases} ab = 20 \\ b = \frac{5}{4}a \end{cases}; \frac{5}{4}a^2 = 20; a^2 = 16;$$

$$1) \begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = 5 - y \\ 5y - y^2 = 4 \end{cases}; y^2 - 5y + 4 = 0; \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}; \begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} a = -4 \\ b = -5 \end{cases}; \begin{cases} x = -5 - y \\ y^2 + 5y - 4 = 0 \end{cases}; \begin{cases} y = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \\ x = -5 - \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \end{cases};$$

эти корни не являются рациональными;

Ответ: (4; 1), (1; 4).

1833 (с). а) $y = ax^2 + bx + c$, M(1; -2), P(-1; 8), Q(0; 1);

$$\begin{cases} -2 = a + b + c \\ 8 = a - b + c \\ 1 = c \end{cases}; \begin{cases} b = -5 \\ c = 1 \\ a = 2 \end{cases}; y = 2x^2 - 5x + 1.$$

6) $y = ax^2 + bx + c$, M(-1; 6), P(2; 9), Q(1; 2);

$$\begin{cases} 6 = a - b + c \\ 9 = 4a + 2b + c \\ 2 = a + b + c \end{cases}; \begin{cases} b = -2 \\ 4 = a + c \\ 13 = 4a + c \end{cases}; \begin{cases} b = -2 \\ a = 3 \\ c = 1 \end{cases}; y = 3x^2 - 2x + 1.$$

$$59.16 (1834). \text{ а) } \begin{cases} \sqrt{x-y} + \sqrt{x+3y} = 4 \\ 2x - y = 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ \sqrt{-x+4} + \sqrt{7x-12} = 4 \end{cases}; \begin{cases} -x+4 = 16 + 7x - 12 - 8\sqrt{7x-12} \\ y = 2x - 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} -8x = -8\sqrt{7x-12} \\ y = 2x - 4 \end{cases}; \begin{cases} 7x - 12 = x^2 \\ y = 2x - 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 12 = 0 \\ y = 2x - 4 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases};$$

Ответ: (4; 4), (3; 2).

$$6) \begin{cases} 6x + 2y = 10 \\ \sqrt{2x+y} + \sqrt{6x-3y} = 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 5 - 3x \\ \sqrt{5-x} + \sqrt{15x-15} = 2 \end{cases}; \begin{cases} 15x - 15 = 4 + 5 - x - 4\sqrt{5-x} \\ 2 - \sqrt{5-x} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x - 24 = -4\sqrt{5-x}; \\ 1 \leq x \leq 5 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \sqrt{5-x} = 6 - 4x; \\ 1 \leq x \leq 5 \end{cases}; \begin{cases} 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ 5-x = 36 + 16x^2 - 48x \end{cases};$$

$$\begin{cases} 16x^2 - 47x + 31 = 0 \\ 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases};$$

Ответ: (1; 2).

$$59.17 (1835). \text{ a) } \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 5 \\ xy = 216 \end{cases}; \begin{cases} x = 216/y \\ \frac{6}{\sqrt[3]{y}} + \sqrt[3]{y} = 5 \end{cases};$$

$$(\sqrt[3]{y})^2 - 5\sqrt[3]{y} + 6 = 0;$$

$$1) \sqrt[3]{y} = 3; y=27, x=8; 2) \sqrt[3]{y} = 2; y=8, x=27;$$

Ответ: (27; 8), (8; 27).

$$6) \begin{cases} \sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} = 1 \\ \sqrt{xy} = 4 \end{cases}; \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{y}} \\ \frac{2}{\sqrt[4]{y}} - \sqrt[4]{y} - 1 = 0 \end{cases};$$

$$\sqrt{y} + \sqrt[4]{y} - 2 = 0; 1) \sqrt[4]{y} = 1; \begin{cases} y = 1 \\ x = 16 \end{cases};$$

$$2) \sqrt[4]{y} = -2; \text{ решений нет;}$$

Ответ: (16; 1).

$$59.18 (1836). \text{ a) } \begin{cases} \sqrt{\frac{x+3y}{y+5}} + 2 = 3\sqrt{\frac{y+5}{x+3y}} \\ xy + 2x = 13 - 4y \end{cases};$$

$$\frac{x+3y}{y+5} + 2\sqrt{\frac{x+3y}{y+5}} - 3 = 0;$$

$$\frac{x+3y}{y+5} = 1 \left(\sqrt{\frac{x+3y}{y+5}} = -3 \text{ не подходит,} \right.$$

$$\text{т.к. } \sqrt{\frac{x+3y}{y+5}} \geq 0 \Big); x+3y = y+5; \begin{cases} x = 5-2y \\ 5y-2y^2+10-4y = 13-4y \end{cases};$$

$$2y^2 - 5y + 3 = 0; \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases}, \begin{cases} y = 3/2 \\ x = 2 \end{cases};$$

Ответ: (3; 1), (2; 3/2).

$$6) \begin{cases} x^2 + 4x - y^2 - 3y = 0 \\ \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + 3\sqrt{\frac{x-y}{x+y}} = 4; \frac{x+y}{x-y} - 4\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + 3 = 0; \end{cases}$$

$$1) \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = 1; x+y = x-y; y = 0; x^2 + 4x = 0; x = 0 \text{ — не подход} \\ x = -4;$$

$$2) \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = 3; x+y = 9x-9y; \begin{cases} x = \frac{5y}{4} \\ \frac{25y^2}{16} + 5y - y^2 - 3y = 0 \end{cases};$$

$$9y^2 + 32y = 0; \begin{cases} y = -\frac{32}{9} \\ x = -\frac{40}{9} \end{cases};$$

Ответ: (-4; 0), $\left(-\frac{40}{9}; -\frac{32}{9}\right)$.

$$1837 \text{ (c). a) } \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{\sqrt{2}}; \frac{x}{y} - \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{x}{y}} + 1 = 0; \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2} + 1 \end{cases}$$

$$1) \sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{y}; \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{2}} + \sqrt{y} = \sqrt{2} + 1; \sqrt{y} = \sqrt{2}; \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases};$$

$$2) \sqrt{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{2}}; 2\sqrt{\frac{y}{2}} + \sqrt{y} = \sqrt{2} + 1; \sqrt{y} = 1; \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases};$$

Ответ: (1; 2), (2; 1).

$$6) \begin{cases} \sqrt{\frac{y}{x}} - 2\sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \\ \sqrt{5x+y} + \sqrt{5x-y} = 4 \end{cases};$$

$$1) \frac{y}{x} - \sqrt{\frac{y}{x}} - 2 = 0; \sqrt{y} = 2\sqrt{x}, \quad y = 4x; \sqrt{9x} + \sqrt{x} = 4; \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases};$$

$$2) \sqrt{y} = -\sqrt{x}; \quad x = y = 0 \text{ — не подходит;}$$

Ответ: (1; 4).

$$1838 \text{ (c). a) } \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{10}{3}; \\ x + 2y = 9 \end{cases};$$

$$\begin{cases} (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - \frac{10}{3}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1 = 0; \\ x + 2y = 9 \end{cases};$$

$$1) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \\ x + 2y = 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 9 - 2y \\ 9 - 2y + y + 2\sqrt{9y - 2y^2} = 9 \end{cases};$$

$$36y - 8y^2 = y^2; \quad y(4 - y) = 0; \begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases}; \begin{cases} y = 0 \\ x = 9 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = \frac{1}{3} \\ x + 2y = 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 9 - 2y \\ 9(9 - 2y + y + 2\sqrt{9y - 2y^2}) = 1 \end{cases};$$

$$18\sqrt{9y - 2y^2} = 9y - 80; \quad 324(9y - 2y^2) = 81y^2 - 1440y + 6400;$$

$$720y^2 - 4356y + 6400 = 0; \text{ решений нет;}$$

Ответ: (1; 4), (9; 0).

$$6) \begin{cases} 3x - y = 3 \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2\sqrt{y}} = \frac{65}{8} \end{cases};$$

$$(\sqrt{x} + 2\sqrt{y})^2 - \frac{65}{8}(\sqrt{x} + 2\sqrt{y}) + 1 = 0;$$

$$1) \begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 8 \\ y = 3x - 3 \end{cases}; \quad 12x - 12 = 64 + x - 16\sqrt{x}; \quad 76 - 11x = 16\sqrt{x};$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{76}{11} \\ 121x^2 + 5776 - 1928x = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases}; \quad x = \frac{1444}{121} \text{ — не подходит;}$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = \frac{1}{8} \\ y = 3x - 3 \end{cases}; \quad 12x - 12 = \frac{1}{64} + x - \frac{\sqrt{x}}{4}; \quad 16\sqrt{x} = 769 - 704x;$$

решений нет;

Ответ: (4; 9).

$$1839 \text{ (c. a) } \begin{cases} 2\sqrt{3y+x} - \sqrt{6y-x} = x; \\ \sqrt{3y+x} + \sqrt{6y-x} = 3y; \end{cases}$$

$$3\sqrt{3y+x} = 3y+x; \sqrt{3y+x} \cdot (\sqrt{3y+x}-3) = 0;$$

$$x = -3y, \sqrt{3y+x} = 3; 3\sqrt{6y-x} = 6y-x;$$

$$\sqrt{6y-x} \cdot (\sqrt{6y-x}-3) = 0; 6y = x; \sqrt{6y-x} = 3;$$

$$1) \begin{cases} x = -3y \\ 6y = -3y \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = -3y \\ \sqrt{9y} = 3 \end{cases}; \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} x = 9-3y \\ 6y = 9-3y \end{cases}; \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} x = 9-3y \\ \sqrt{6y-9+3y} = 2 \end{cases}; y-1=1; \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases};$$

Ответ: (0;0), (-3;1), (6;1), (3;2).

$$6) \begin{cases} \sqrt{2x-3y} + \sqrt{4x+3y} = 2x \\ 2\sqrt{2x-3y} = \sqrt{4x+3y} - 3y \end{cases}; 3\sqrt{2x-3y} = 2x-3y;$$

$$\sqrt{2x-3y} \cdot (\sqrt{2x-3y}-3) = 0; 2x = 3y, 2x = 9+3y;$$

$$3\sqrt{4x+3y} = 4x+3y; \sqrt{4x+3y} \cdot (\sqrt{4x+3y}-3) = 0;$$

$$4x = -3y; 4x = 9-3y;$$

$$1) \begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = -3y \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = 9-3y \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} 2x = 9+3y \\ 18+6y = -3y \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -2 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} 2x = 9+3y \\ 18+6y = 9-3y \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases};$$

Ответ: (0;0), (3/2;1), (3/2;-2), (3;-1).

$$3) \begin{cases} x = 9-3y \\ 6y = 9-3y \end{cases}; \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} x = 9 - 3y \\ \sqrt{6y - 9 + 3y} = 2; y - 1 = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 3 \\ y = 2; \end{cases}$$

Ответ: (0;0), (-3;1), (6;1), (3;2).

$$6) \begin{cases} \sqrt{2x - 3y} + \sqrt{4x + 3y} = 2x \\ 2\sqrt{2x - 3y} = \sqrt{4x + 3y} - 3y; \end{cases} 3\sqrt{2x - 3y} = 2x - 3y;$$

$$\sqrt{2x - 3y} \cdot (\sqrt{2x - 3y} - 3) = 0; 2x = 3y, 2x = 9 + 3y.$$

$$3\sqrt{4x + 3y} = 4x + 3y; \sqrt{4x + 3y} \cdot (\sqrt{4x + 3y} - 3) = 0;$$

$$4x = -3y; 4x = 9 - 3y;$$

$$1) \begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = -3y; \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = 9 - 3y; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x = 9 + 3y \\ 18 + 6y = -3y; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x = 9 + 3y \\ 18 + 6y = 9 - 3y; \end{cases} \begin{cases} x = 3 \\ y = -1; \end{cases}$$

Ответ: (0;0), (3/2;1), (3/2;-2), (3;-1).

$$1840 \text{ (c. a)} \begin{cases} 2^{6x-2y} = 4^{x+y+10} \\ 3^{x^2} = 3^{11+y} \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 11 \\ 6x - 2x^2 + 22 = 2(x + x^2 - 11 + 10) \end{cases};$$

$$4x^2 - 4x - 24 = 0; x^2 - x - 6 = 0; \begin{cases} x = 3 \\ y = -2; \end{cases} \begin{cases} x = -2 \\ y = -7; \end{cases}$$

Ответ: (3; -2), (-2; -7).

$$6) \begin{cases} \frac{343^{x/y}}{7^{x-y}} = 49 \\ \frac{5^{x/y}}{25^{x-y}} = 1 \end{cases}; \begin{cases} \frac{x}{y} - 2x + 2y = 2 \\ 3\frac{x}{y} - x + y = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5x - 5y = 2 \\ 15\frac{x}{y} = 12 \end{cases}; 5x = 4y; \begin{cases} y = -2 \\ x = -1,6 \end{cases};$$

Ответ: (-1,6; -2).

$$1841 \text{ (c. a) } \begin{cases} 5^{\sqrt[3]{x}} = 5^{3-\sqrt[3]{y}} \\ (0,25^x)^y = \frac{1}{2^{16}} \end{cases}; \begin{cases} \sqrt[3]{x} = 3 - \sqrt[3]{y} \\ 2xy = 16 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = \frac{8}{y} \\ \frac{2}{\sqrt[3]{y}} - 3 + \sqrt[3]{y} = 0 \end{cases}; \sqrt[3]{y^2} - 3\sqrt[3]{y} + 2 = 0;$$

$$1) \sqrt[3]{y} = 2; \begin{cases} y = 8 \\ x = 1 \end{cases}; 2) \sqrt[3]{y} = 1; \begin{cases} y = 1 \\ x = 8 \end{cases};$$

Ответ: (8; 1), (1; 8).

$$6) \begin{cases} 32^{\sqrt[3]{x-2y}} \cdot 8^{\sqrt[3]{x+y}} = 2^{13} \\ \frac{8^{\sqrt[3]{x-2y}}}{16^{\sqrt[3]{x+y}}} = 4 \end{cases}; \begin{cases} 5\sqrt[3]{x-2y} + 3\sqrt[3]{x+y} = 13 \\ 3\sqrt[3]{x-2y} - 4\sqrt[3]{x+y} = 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5\sqrt[3]{x-2y} + 3\sqrt[3]{x+y} = 13 \\ 8\sqrt[3]{x-2y} - \sqrt[3]{x+y} = 15 \end{cases}; 29\sqrt[3]{x-2y} = 58; x-2y = 8;$$

$$\begin{cases} \bar{x} = 8 + 2y \\ \sqrt[3]{x+y} = 1 \end{cases}; 8 + 3y = 1; \begin{cases} y = -\frac{7}{3} \\ x = \frac{10}{3} \end{cases};$$

Ответ: $\left(\frac{10}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.

$$59.19 \text{ (1842). a) } \begin{cases} 2^x \cdot 0,25^{-y} = 512 \\ \sqrt{x+2\sqrt{y}} = 5 \end{cases}; \begin{cases} x+2y = 9 \\ \sqrt{x+2\sqrt{y}} = 5 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 25 + 4y - 20\sqrt{y} \\ 25 + 6y - 20\sqrt{y} = 9 \end{cases}; 8 + 3y = 10\sqrt{y}; \begin{cases} y \geq -\frac{8}{3} \\ 9y^2 - 52y + 64 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = \frac{16}{9} \\ x = \frac{49}{9} \end{cases}; \begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases};$$

Ответ: $\left(\frac{49}{9}; \frac{16}{9}\right)$, (1; 4) (В ответе задачника опечатка).

$$6) \begin{cases} 9^x \cdot 3^{y-3} = 729 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}; \begin{cases} 2x + y - 3 = 6 \\ \sqrt{x} = 1 + \sqrt{y} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = y + 1 + 2\sqrt{y} \\ 2y + 2 + 4\sqrt{y} + y = 9 \end{cases}; 4\sqrt{y} = 7 - 3y; \begin{cases} y \leq \frac{7}{3} \\ 9y^2 - 58y + 49 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}; y = \frac{49}{9} \text{ — не подходит};$$

Ответ: (4; 1).

$$1843 \text{ (с). а) } \begin{cases} 6^{2x} + 6^x y = 12 \\ y^2 + y \cdot 6^x = -8 \end{cases};$$

Складывая оба уравнения получаем $(6^x + y)^2 = 4$; $y = \pm 2 - 6^x$,

$$1) \begin{cases} y = 2 - 6^x \\ 6^{2x} + 2 \cdot 6^x - 6^{2x} = 12 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} y = -2 - 6^x \\ 6^{2x} - 2 \cdot 6^x - 6^{2x} = 12 \end{cases}; \text{решений нет};$$

Ответ: (1; -4).

$$6) \begin{cases} 7^{2y} - 7^y \cdot x = 28 \\ x^2 - x \cdot 7^y = -12 \end{cases};$$

Складывая оба уравнения получаем $(7^y - x)^2 = 16$; $x = 7^y \pm 4$;

$$1) \begin{cases} x = 7^y + 4 \\ 7^{2y} - 7^{2y} - 4 \cdot 7^y = 28 \end{cases}; \text{решений нет};$$

$$2) \begin{cases} x = 7^y - 4 \\ 7^{2y} - 7^{2y} + 4 \cdot 7^y = 28 \end{cases}; \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases};$$

Ответ: (3; 1).

$$59.20 \text{ (1844). а) } \begin{cases} \log_{13}(x^2 + y^2) = 0,5 \log_{\pi} \pi^2 \\ \log_3 x - 1 = \log_3 2 - \log_3 y \end{cases}; \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases};$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = (x + y)^2 = 25; \quad x + y = \pm 5;$$

$$1) \begin{cases} x = 5 - y \\ 5y - y^2 = 6 \end{cases}; y^2 - 5y + 6 = 0; \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}; \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = -5 - y \\ y^2 + 5y = 6 \end{cases}; y = -2, y = -3 \text{ — не подходят, т.к. } y > 0;$$

Ответ: (2; 3), (3; 2).

$$6) \begin{cases} \log_7(x+y) = 4 \log_7(x-y) \\ \log_7(x+y) = 5 \log_7 3 - \log_7(x-y) \end{cases};$$

$$\begin{cases} x+y = (x-y)^4 \\ x+y = \frac{243}{x-y} \end{cases}; \quad x+y = a, \quad x-y = b; \quad \begin{cases} a = b^4 \\ a = \frac{243}{b} \end{cases};$$

$$b^4 - \frac{243}{b} = 0; \quad b^5 = 243; \quad \begin{cases} b = 3 \\ a = 81 \end{cases}; \quad \begin{cases} x+y = 81 \\ x-y = 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 42 \\ y = 39 \end{cases};$$

Ответ: (42; 39).

$$1845 \text{ (c). a) } \begin{cases} \log_x y + \log_y x = \frac{5}{2}; \\ 4\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 1 \end{cases}$$

$$\log_x^2 y - \frac{5}{2} \log_x y + 1 = 0; \quad \log_x y = 2, \quad \log_x y = 1/2;$$

$$y = x^2, \quad y = \sqrt{x};$$

$$1) \begin{cases} -3x + 4\sqrt{x} - 1 = 0 \\ y = x^2 \end{cases}; \quad 3x - 4\sqrt{x} + 1 = 0;$$

$$\text{ОДЗ: } x, y > 0, x, y \neq 1; \quad \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{81} \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \frac{1}{9} \\ y = \frac{1}{81} \end{cases};$$

$\sqrt{x} = 1$ — не подходит по ОДЗ;

$$2) \begin{cases} 4\sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x} - 1 = 0 \\ y = \sqrt{x} \end{cases}; \quad \sqrt[4]{x} = 1 \text{ — не подходит по ОДЗ;}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1}{9}; \frac{1}{81}\right).$$

$$6) \begin{cases} \log_y x - 2 \log_x y = 1 \\ x^2 + 2y^2 = 3 \end{cases}; \quad \text{ОДЗ: } x, y > 0; x, y \neq 1;$$

$$\log_y^2 x - \log_y x - 2 = 0; \quad \log_y x = 2, \quad \log_y x = -1; \quad x = y^2, \quad x = \frac{1}{y};$$

$$1) \begin{cases} x = y^2 \\ y^4 + 2y^2 - 3 = 0 \end{cases}; \quad y^2 = -3 \text{ — не имеет решения;}$$

$y^2 = 1$ — не подходит по ОДЗ;

$$2) \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ x^2 + \frac{2}{x^2} = 3 \end{cases}; \quad x^4 - 3x^2 + 2 = 0; \quad x^2 = 1 - \text{не подходит}; \quad x^2 = 2;$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}; \quad \text{Ответ: } \left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

$$1846 \text{ (c). a) } \begin{cases} \log_2^2 y + \log_2 x \cdot \log_2 y - 2 \log_2^2 x = 0 \\ 9x^2 y - xy^2 = 1 \end{cases}; \quad \text{ОДЗ: } x, y > 0,$$

$$\left(\frac{\log_2 y}{\log_2 x} \right)^2 + \frac{\log_2 y}{\log_2 x} - 2 = 0;$$

$$1) \log_2 y = \log_2 x \begin{cases} y = x \\ 9x^3 - x^3 = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases};$$

$$2) \log_2 y = -2 \log_2 x; \quad \begin{cases} y = \frac{1}{x^2} \\ 9 - \frac{1}{x^3} = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 4 \end{cases};$$

Ответ: $(1/2; 1/2), (1/2; 4)$.

$$б) \begin{cases} 2 \log_3^2 x + \log_3 x \cdot \log_3 y - \log_3^2 y = 0 \\ xy + \frac{x^2}{y} = 28 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \log_3 x \cdot (\log_3 x + \log_3 y) = 0 \\ xy + \frac{x^2}{y} = 28 \end{cases};$$

$\log_3 x = 0, \log_3 xy = 0; \text{ ОДЗ } x, y > 0;$

$$1) \begin{cases} x = \frac{1}{y} \\ 1 + \frac{1}{y^3} = 28 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{3} \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = 1 \\ y + \frac{1}{y} = 28 \end{cases}; \quad y^2 - 28y + 1 = 0; \quad y = 14 \pm \sqrt{195}; \quad \begin{cases} y = 14 \pm \sqrt{195} \\ x = 1 \end{cases},$$

Ответ: $(1; 14 \pm \sqrt{195}), \left(3; \frac{1}{3} \right)$.

$$1847 \text{ (c). a) } \begin{cases} x^2 + \lg x = y^2 + \lg y \\ \sqrt{x-y} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \end{cases};$$

ОДЗ: $x, y > 0$; Первое из уравнений имеет вид $f(x) = f(y)$,

где $f(t)$ — возрастает $\Rightarrow \Rightarrow$ оно эквивалентно уравнению

$$x = y; \sqrt{x-x} + \sqrt{x} + \sqrt{x} = 4; \sqrt{x} = 2; x = 4 = y;$$

Ответ: (4; 4).

$$\text{б) } \begin{cases} x + 2\sqrt{x} = y + 2\sqrt{y} \\ x^2 + x + y^2 + y = 12 \end{cases}; \text{ ОДЗ: } x \geq y \geq 0;$$

$x = y$ (аналогично пункту а); $x^2 + x + x^2 + x = 12$;

$$x^2 + x - 6 = 0; x = 2 = y;$$

Ответ: (2; 2).

$$1848 \text{ (c). a) } \begin{cases} \sin x \sin y = \frac{1}{4} \\ x + y = \frac{\pi}{3} \end{cases};$$

$$\begin{cases} \cos(x+y) - \cos(x-y) = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{\pi}{3} - y \end{cases};$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2y\right) = 1; \begin{cases} y = \frac{\pi}{6} + m \\ x = \frac{\pi}{6} - m \end{cases};$$

Ответ: $\left(\frac{\pi}{6} - m; \frac{\pi}{6} + m\right)$

$$\text{б) } \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4} \\ \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} - y \\ \cos(2y) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2y\right) = -1 \end{cases};$$

$$\sin(2y) - \cos(2y) = 1;$$

$$\sin\left(2y - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}; \begin{cases} y = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} + \frac{m}{2} \\ x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} - \frac{m}{2} \end{cases};$$

Ответ: $\left((-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} - \frac{m}{2}; (-1)^n \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} + \frac{m}{2}\right)$.

$$59.21 (1849). \text{ a) } \begin{cases} \sin x + \cos y = 0 \\ \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = -\cos y \\ \cos^2 y = \frac{1}{4} \end{cases}; \begin{cases} y = \pm \frac{\pi}{3} + 2m \\ x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \end{cases}; \begin{cases} y = \pm \frac{2\pi}{3} + 2m \\ x = (-1)^p \cdot \frac{\pi}{6} + \pi p \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left((-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2m \right), \left((-1)^p \cdot \frac{\pi}{6} + \pi p; \pm \frac{2\pi}{3} + 2m \right).$$

$$\text{б) } \begin{cases} \cos x + \cos y = 0,5 \\ \sin^2 x + \sin^2 y = 1,75 \end{cases}; \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} - \cos y \\ \cos^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{4} \end{cases};$$

$$\frac{1}{4} - \cos y + \cos^2 y + \cos^2 y = \frac{1}{4}; \quad \cos y \left(\cos y - \frac{1}{2} \right) = 0;$$

$$\begin{cases} y = \frac{\pi}{2} + m \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}; \begin{cases} y = \pm \frac{\pi}{3} + 2m \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi p \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left(\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + m \right), \left(\frac{\pi}{2} + \pi p; \pm \frac{\pi}{3} + 2m \right).$$

$$59.22 (1831). \text{ a) } \begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ 2x - 3y + z = 8 \\ -x + y - 5z = -8 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ -7y + 7z = 14 \\ 3y - 8z = -11 \end{cases}; \begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ -y + z = 2 \\ -5z = -5 \end{cases}; \begin{cases} z = 1 \\ y = -1; \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (-2; -1; 1).$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x - 5y + z = -13 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ 2x - 2y + 5z = -6 \end{cases}; \begin{cases} -14y + 7z = -28 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ -8y + 9z = -16 \end{cases}; \begin{cases} 2y - z = 4 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ -8y + 9z = -16 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2y - 11z = 4 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ -35z = 0 \end{cases}; \begin{cases} z = 0 \\ y = 2 \\ x = -1 \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } (-1; 2; 0).$$

$$59.23 (1832). a) \begin{cases} x+y=-1 \\ x-z=2 \\ xy+xz+yz=-1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y=-1-x \\ z=x-2 \\ -x-x^2+x^2-2x-x^2+x+2=-1 \end{cases}; -x^2-2x+3=0; x^2+2x-3=0;$$

$$\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \\ z=-5 \end{cases}; \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=-1 \end{cases}$$

Ответ: $(-3; 2; -5), (1; -2; -1)$.

$$b) \begin{cases} x+y+2z=0 \\ x+2y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=5 \end{cases}; \begin{cases} y=1+z \\ x=-1-3z \\ 11z^2+8z-3=0 \end{cases}; \begin{cases} z=-1 \\ x=2 \\ y=0 \end{cases}; \begin{cases} z=3/11 \\ x=-(20/11) \\ y=14/11 \end{cases}$$

Ответ: $(2; 0; -1), \left(-\frac{20}{11}; \frac{14}{11}; \frac{3}{11}\right)$.

59.24 (1833). a) $y = ax^2 + bx + c$, $M(-1; -2)$; $P(-1; 8)$; $Q(2; -1)$

$$\begin{cases} -2 = a + b + c \\ 8 = a - b + c \\ -1 = 4a + 2b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + c = 3 \\ b = a + c - 8 \\ 4a + c = -1 - 2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -5 \\ c = 3 - a \\ 3a + 3 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 2x^2 - 5x + 1$$

б) $y = ax^2 + bx + c$, $M(-1; 6)$, $P(2; 9)$, $Q(1; 2)$;

$$\begin{cases} 6 = a - b + c \\ 9 = 4a + 2b + c \\ 2 = a + b + c \end{cases}; \begin{cases} b = -2 \\ 4 = a + c \\ 13 = 4a + c \end{cases}; \begin{cases} b = -2 \\ a = 3 \\ c = 1 \end{cases}; y = 3x^2 - 2x + 1.$$

59.25. $\overline{abc} - ?$

$$\begin{cases} a+b+c=8 \\ a^2+b^2+c^2=26 \\ \overline{abc}+198=\overline{cba} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c=8 \\ a^2+b^2+c^2=26 \\ 100(a-c+1)+10(b-b+9)+c-a+8=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=10-2c \\ (c-2)^2+4(c-5)^2+c^2=26 \\ a-c=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c-2 \\ b=10-2c \\ 3c^2-22c+39=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4 \\ c=3 \end{cases}$$

$$3c^2 - 22c + 39 = 0 \Rightarrow c = 3, c = \frac{13}{3}$$

Ответ: 143.

59.26. a_1, a_2, a_3 — ?

$$a_1 = a, a_2 = aq, a_3 = aq^2$$

$$a_2 + 6 = a + d, a_3 = a + 2d$$

$$a_2 + 6 = a \cdot \tilde{q}, a_3 + 48 = a \cdot \tilde{q}^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} aq + 6 = a + d \\ aq^2 = a + 2d \\ aq + 6 = a\tilde{q} \\ aq^2 + 48 = a\tilde{q}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = a(q-1) + 6 \\ q(q^2 - 1) = 2d \\ a(\tilde{q} - q) = 6 \\ a(\tilde{q}^2 - q) = 48 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a(q^2 - 2q + 1) = 12 \\ a(\tilde{q} - q) = 6 \\ \tilde{q} + q = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(q-1)^2 = 12 \\ a(4-q) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ q = 3 \end{cases}$$

Ответ: 3, 9, 27.

$$1850 \text{ (c). a) } \begin{cases} \sin x \sin y = -\frac{1}{2} \\ \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} y = 1 \end{cases}; \begin{cases} \cos(x-y) - \cos(x+y) = -1 \\ \sin x \cos y - \sin y \cos x = 0 \end{cases}; \begin{cases} \sin(x-y) = 0 \\ \cos(x-y) - \cos(x+y) = -1 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} \cos(x-y) = 1 \\ \cos(x+y) = 2 \end{cases}; \text{ решений нет;}$$

$$2) \begin{cases} \cos(x-y) = -1 \\ \cos(x+y) = 0 \end{cases}; \begin{cases} x-y = \pi + 2m \\ x+y = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(2n+k) \\ y = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(k-2n) \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(2n+k); -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(k-2n) \right).$$

$$б) \begin{cases} \cos y \cos x = -\frac{1}{4} \\ \operatorname{tg} y = \operatorname{ctg} x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(x+y) = 0 \\ \cos(x+y) + \cos(x-y) = -\frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} \cos(x+y) = 0 \\ \cos(x-y) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2} + m \\ x-y = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(2k+n) \\ y = \frac{\pi}{4} \mp \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(n-2k) \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n+2k); -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n-2k) \right), \left(-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n+2k); \frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n-2k) \right).$$

$$1851 \text{ (c). } \begin{cases} \frac{b_1}{1-q} = 4 \\ b_1^3 + b_1^3 \cdot q^3 + b_1^3 \cdot q^6 + \dots = 192 \end{cases}; \begin{cases} \frac{b_1}{1-q} = 4 \\ \frac{b_1^3}{1-q^3} = 192 \end{cases};$$

$$\begin{cases} b_1 = 4(1-q) \\ b_1^3 = 192(1-q)(1+q+q^2) \end{cases}; \quad 64(1-q)^3 = 192(1-q)(1+q+q^2);$$

$$q = 1 \text{ — не подходит, т.к. } |q| < 1; \quad (1-q)^2 = 3(1+q+q^2);$$

$$q^2 - 2q + 1 = 3q^2 + 3q + 3; \quad 2q^2 + 5q + 2 = 0;$$

$$q = -2 \text{ — не подходит, т.к. } |q| < 1; \quad q = -(1/2); \quad b_1 = 6.$$

1852 (c). Пусть a , b и c — цифры сотен, десятков и единиц соответственно;

$$\begin{cases} a+b+c=8 \\ a^2+b^2+c^2=26 \\ 100a+10b+c+198=100c+10b+a \end{cases}; \begin{cases} a+b+c=8 \\ 99a-99c=-198; \\ a^2+b^2+c^2=26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=c-2 \\ b=10-2c \\ c^2-4c+4+100+4c^2-40c+c^2=26 \end{cases}; \quad 6c^2-44c+78=0;$$

$$3c^2-22c+39=0; \quad c = \frac{13}{3} \text{ — не подходит, т.к. } c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0\};$$

$$\begin{cases} c=3 \\ a=1; \\ b=4 \end{cases}$$

Ответ: 143.

1853 (c). В обозначениях предыдущей задачи имеем:

$$\begin{cases} a=xb \\ b=xc \\ a+y=b+1 \\ a+2y=c \end{cases}; \begin{cases} y=b+1-xb \\ a=xb \\ b=xc \\ x^2c+2xc-2x^2c+2=c \end{cases}; \quad x^2c-2xc+c-2=0;$$

решим это уравнение относительно x :

$$x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{c}}; \text{ учитывая, что } a, b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0\}, \text{ получим:}$$

$$1) c=1, \quad x=1 \pm \sqrt{2}, \quad b=1 \pm \sqrt{2} \text{ — не подходит;}$$

$$2) c=2, \quad x=0 \text{ — не подходит; } x=2, b=4, a=8, y=-3;$$

искомое число — 842;

$$3) c=3, \quad x=1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad b=3\left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \text{ — не подходит;}$$

$$4) c = 4, x = 1 \pm \sqrt{\frac{1}{2}}, b = 4 \left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \text{ — не подходит;}$$

$$5) c = 5, x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{5}}, b = 5 \left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{5}} \right) \text{ — не подходит;}$$

$$6) c = 6, x = 1 \pm \sqrt{\frac{1}{3}}, b = 6 \left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{3}} \right) \text{ — не подходит;}$$

$$7) c = 7, x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{7}}, b = 7 \left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{7}} \right) \text{ — не подходит;}$$

$$8) c = 8, x = \frac{3}{2}, b = 12, \text{ — не подходят; } x = \frac{1}{2}, b = 4, a = 2, y = -3;$$

искомое число — 248;

$$9) c = 9, x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}, b = 9 \left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \text{ — не подходит;}$$

10) $c=0, b=0, a=0$ — не подходят;

Ответ: 248, 842.

59.27 (1854). Пусть a, b и c — скорости работы первой, второй и третьей бригад соответственно. Тогда имеем:

$$\begin{cases} \frac{a}{2} + \frac{b}{2} + 4c = a + b + c; \\ a + b = 2(b + c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b - 2c = 0; \\ a + b - 6c = 0; \end{cases} \begin{cases} a - b - 2c = 0; \\ 2b - 4c = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - 2b = 0; \\ b - 2c = 0; \end{cases} \begin{cases} a = 2b; \\ c = \frac{b}{2}; \end{cases} \frac{a}{c} = 4;$$

Ответ: в 4 раза.

§ 60. Задачи с параметрами

$$60.1 (1855). mx - x + 1 = m^2; x(m - 1) = m^2 - 1;$$

$$m = 1 \Rightarrow x - \text{любое число}; m \neq 1 \Rightarrow x = m + 1;$$

а) $m \neq 1$; б) таких m нет; в) $m = 1$.

$$60.2 (1856). b^2x - x + 2 = b^2 + b; x(b^2 - 1) = b^2 + b - 2;$$

$$x(b^2 - 1) = (b - 1)(b + 2); b = 1, x - \text{любое число};$$

$$b = -1 \Rightarrow \text{нет решений}; b \neq \pm 1 \Rightarrow x = \frac{b + 2}{b + 1};$$

а) $b \neq \pm 1$; б) $b = -1$; в) $b = 1$.

60.3 (1857). а) $a^2x - 4x + 2 = a$; $x(a^2 - 4) = a - 2$;

$a = 2 \Rightarrow x$ - любое число; $a = -2 \Rightarrow$ нет решений;

$$a \neq \pm 2 \Rightarrow x = \frac{1}{a+2}.$$

б) $\frac{x}{a} + x - 1 = a$; $x(1 + \frac{1}{a}) = a + 1$;

$a = 0$ - уравнение не имеет смысла;

$a = -1 \Rightarrow x$ - любое число; $a \neq 0$, $a \neq -1 \Rightarrow x = a$.

60.4 (1858). а) $mx - x + 1 \geq m^2$; $x(m-1) \geq m^2 - 1$;

$m = 1 \Rightarrow x$ - любое число; $m > 1 \Rightarrow x \geq m + 1$; $m < 1 \Rightarrow x \leq m + 1$.

б) $b^2x - x + 1 > b$; $x(b^2 - 1) > b - 1$; $b = 1 \Rightarrow$ нет решений;

$b = -1 \Rightarrow x$ - любое число; $b \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, $x > \frac{1}{b+1}$;

$$b \in (-1; 1), x < \frac{1}{b+1}.$$

60.5 (1859). а) $b^2x - bx \geq b^2 + b - 2$;

$$x(b-1)b \geq (b-1)(b+2);$$

$$b=1: 0x \geq 0 \quad x \in \mathbb{R}; \quad b=0: 0x \geq -2 \quad x \in \mathbb{R};$$

$$b < 0, b > 1: x \geq \frac{b+2}{b}; \quad 0 < b < 1: x \leq \frac{b+2}{b};$$

б) $\frac{x}{a} + x \leq a + 1$; $x\left(\frac{a+1}{a}\right) \leq a + 1$;

$a = 0$ - неравенство не имеет смысла;

$a = -1$, x - любое число; $a \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty) \Rightarrow x \leq a$;

$a \in (-1; 0)$, $x \geq a$.

60.6 (1860). $ax^2 + 4x - a + 5 = 0$; $a = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$;

$$a \neq 0 \Rightarrow \frac{D}{4} = 4 - (5-a)a = a^2 - 5a + 4; \quad \text{при } a=1, a=4, x = -\frac{2}{a};$$

при $a \in (1; 4)$ нет решений;

при $a < 1$, $a > 4$ $x = \frac{-2 \pm \sqrt{a^2 - 5a + 4}}{a}$ - два решения;

а) $a < 1$, $a > 4$, $a \neq 0$;

б) $a = 1$, $a = 4$, $a = 0$; в) $a \in (1; 4)$.

60.7 (1861). а) $y = 6x + a$; $y = x^2$; $y' = 2x$;

$y = 2x_0 \cdot x + x_0^2 - x_0 \cdot 2x_0$ — уравнение касательной к графику $y = x^2$;

$x_0 = 3$, $y = 6x - 9 \Rightarrow a = -9$;

Ответ: $a = -9$.

б) $y = 4x$; $y = x^2 + a$.

Уравнение $4x = x^2 + a$ должно иметь только одно решение

$(x^2 - 4x + 4) - 4 + a = (x - 2)^2 - 4 + a = 0$

Ответ: $a = 4$.

60.8 (1862). а) $y = x^2 - 4x + 2$; $y = -2x + b$; абсциссы точек пересечения графиков являются корнями уравнения;

$x^2 - 2x + 2 - b = 0$; $\frac{D}{4} = 1 - 2 + b = b - 1$;

Ответ: $b \geq 1$.

б) $y = x^2 + 6x + 7$; $y = 2x + b$; аналогично п. а: $x^2 + 4x + 7 - b = 0$;

$\frac{D}{4} = 4 - 7 + b = b - 3$;

Ответ: $b \geq 3$.

60.9 (1863). а) $\begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1 \\ y = 3x + a \end{cases}$; $2x^2 - 8x + 1 - a = 0$;

$\frac{D}{4} = 16 - 2 + 2a = 14 + 2a \geq 0$;

Ответ: $a \geq -7$.

б) $\begin{cases} y = 3x^2 - 4x - 2 \\ y = -10x + a \end{cases}$; $3x^2 + 6x - 2 - a = 0$; $\frac{D}{4} = 9 + 6 + 3a = 3a + 15 \geq 0$;

Ответ: $a \geq -5$.

60.10 (1864). $ax^2 + 4x - 3 + a > 0$; $a = 0 \Rightarrow x > \frac{3}{4}$; $a \neq 0$;

$\frac{D}{4} = -(a^2 - 3a - 4)$;

а) неравенство выполняется при любых x , если: $\begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases}$; $\begin{cases} a > 0 \\ D > 0 \end{cases}$; $a > 4$;

б) неравенство не имеет решений, если: $\begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases}$; $\begin{cases} a > 0 \\ a^2 - 3a - 4 > 0 \end{cases}$; $a < -1$;

60.11 (1865). а) $y = 2x^2 - 3ax + 2$;

ось симметрии данной параболы — прямая $x = \frac{3a}{4}$; $\frac{3a}{4} < -3$; $a < -4$.

б) $y = 5x^2 - 2ax + 2$; Ось симметрии параболы — $x = \frac{a}{5}$; $\frac{a}{5} > 4$; $a > 20$.

$$60.12 \text{ (1866). а) } \sqrt{x-2}(x-a) \geq 0; \begin{cases} x-2 \geq 0; \\ x-a \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2; \\ x \geq a; \end{cases}$$

Ответ: $x \geq 2$, если $a < 2$; $x \geq a$, если $a \geq 2$.

$$б) (6-x) \cdot \sqrt{x-a} > 0; \begin{cases} x-a > 0; \\ 6-x > 0; \end{cases} \begin{cases} x > a; \\ x < 6; \end{cases}$$

Ответ: $a < x < 6$, если $a < 6$; нет решений, если $a \geq 6$.

$$60.13 \text{ (1867). а) } x^2 - 2bx + b^2 - 4b + 3 = 0;$$

уравнение имеет 2 корня, если $D > 0$;

$$D/4 = b^2 - b^2 + 4b - 3 > 0; b > \frac{3}{4};$$

Ответ: $b = 1$;

$$б) x^2 + 2(b-2)x + b^2 - 10b + 12 = 0;$$

$$D/4 = b^2 - 4b + 4 - b^2 + 10b - 12 > 0; b > \frac{4}{3};$$

Ответ: $b = 2$.

$$1868 \text{ (с). а) } x^2 - 8ax + 27 = 0; D/4 = 16a^2 - 27 > 0;$$

$$a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{3}}{4}; +\infty\right) \text{ — при таких } a \text{ уравнение имеет 2 корня;}$$

$$x = 4a \pm \sqrt{16a^2 - 27};$$

$$1) \frac{4a + \sqrt{16a^2 - 27}}{4a - \sqrt{16a^2 - 27}} = 3; \sqrt{16a^2 - 27} = 2a; \begin{cases} a \geq 0 \\ 12a^2 = 27 \end{cases}; a = 1,5;$$

$$2) \frac{4a - \sqrt{16a^2 - 27}}{4a + \sqrt{16a^2 - 27}} = 3; \sqrt{16a^2 - 27} = -2a; \begin{cases} a \leq 0 \\ 12a^2 = 27 \end{cases}; a = -1,5;$$

Ответ: $a = \pm 1,5$.

$$б) x^2 - 10ax + 24 = 0; D/4 = 25a^2 - 24 > 0;$$

$$a \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{24}}{5}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{24}}{5}; +\infty\right); x = 5a \pm \sqrt{25a^2 - 24};$$

$$1) \frac{5a + \sqrt{25a^2 - 24}}{5a - \sqrt{25a^2 - 24}} = \frac{2}{3}; 5a + 5\sqrt{25a^2 - 24} = 0; \sqrt{25a^2 - 24} = -a;$$

$$\begin{cases} a \leq 0 \\ 24a^2 = 24 \end{cases}; a = -1;$$

$$2) \frac{5a - \sqrt{25a^2 - 24}}{5a + \sqrt{25a^2 - 24}} = \frac{2}{3}; \sqrt{25a^2 - 24} = a; \begin{cases} a \geq 0 \\ 24a^2 = 24 \end{cases}; a = 1;$$

Ответ: $a = \pm 1$.

60.14 (1869). а) $y = (3a+1)x^2 + 2x - 5$; вершина параболы $(x_0; y_0)$ лежит внутри IV координатной четверти, если $x_0 > 0, y_0 < 0$;

$$x_0 = -\frac{1}{3a+1} > 0; 3a+1 < 0; a < -\frac{1}{3}; y_0 = \frac{1}{3a+1} - \frac{2}{3a+1} - 5 < 0;$$

$$\frac{-1-15a-5}{3a+1} < 0; \frac{15a+6}{3a+1} > 0; \text{поскольку } 3a+1 < 0, \text{ то } 15a+6 < 0; a < -\frac{2}{5},$$

$$\begin{cases} a < -\frac{2}{5} \\ a < -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow a < -\frac{2}{5};$$

Ответ: $a < -\frac{2}{5}$.

б) $y = 3x^2 + (4a-1)x + 3$; $x_0 > 0, y_0 > 0$;

$$x_0 = -\frac{4a-1}{6} > 0; a < \frac{1}{4}; y_0 = \frac{16a^2-8a+1}{12} - \frac{16a^2-8a+1}{6} + 3 > 0;$$

$$-16a^2 + 8a - 1 + 36 > 0; 16a^2 - 8a - 35 < 0;$$

$$-\frac{5}{4} < a < \frac{7}{4}; \begin{cases} -\frac{5}{4} < a < \frac{7}{4} \\ a < \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{4} < a < \frac{1}{4}; \text{ Ответ: } -\frac{5}{4} < a < \frac{1}{4}.$$

60.15 (1870). а) $(\log_3 a)x^2 - (2\log_3 a - 1)x + \log_3 a - 2 = 0$; ОДЗ: $a > 0$;

1) $a = 1$; тогда уравнение примет вид: $x - 2 = 0$;

$x = 2$ — единственный корень;

2) $a \neq 1$; тогда для существования единственного корня необходимо:

$$D = 4\log_3^2 a - 4\log_3 a + 1 - 4\log_3^2 a + 8\log_3 a = 0; \log_3 a = \frac{1}{-4}; a = \frac{1}{\sqrt[4]{3}};$$

Ответ: $a = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

б) $(\log_4 a)x^2 + (2\log_4 a + 1)x + \log_4 a + 2 = 0$;

1) $a = 1$; уравнение имеет вид: $x + 2 = 0$; $x = -2$;

2) $a \neq 1$; уравнение не имеет корней, если

$$D = 4\log_4^2 a + 4\log_4 a + 1 - 4\log_4^2 a - 8\log_4 a < 0;$$

$$\log_4 a > \frac{1}{4}; a > \sqrt{2};$$

Ответ: $a > \sqrt{2}$.

$$60.16. \text{ a) } 48 \cdot 4^x + 27 = a + a \cdot 4^{x+2}$$

$$(a-3)4^{x+2} = 27 - a \Rightarrow \frac{27-a}{a-3} < 0 \Rightarrow \begin{cases} a < 3 \\ a > 27 \end{cases}$$

Ответ: $a \in (-\infty; 3) \cup (27; +\infty)$.

$$\text{б) } 9^x + 2a \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$$

$$3^{2x} + 6a \cdot 3^x + 9 = 0$$

$$D = 36a^2 - 36 < 0 \Rightarrow |a| < 1$$

Ответ: $a \in (-1; 1)$

$$60.17 \text{ (1871). a) } 5^{2x} - 3 \cdot 5^x + a - 1 = 0;$$

это уравнение квадратное относительно 5^x ,

уравнение имеет единственное решение,

если уравнение $t^2 - 3t + a - 1 = 0$ имеет единственный положительный корень,

$$D = 9 - 4a + 4 = 13 - 4a;$$

$$1) D = 0; a = \frac{13}{4}; 5^x = \frac{3}{2} > 0;$$

$$2) D > 0; 5^x = \frac{3 \pm \sqrt{13 - 4a}}{2}$$

(второй корень всегда положителен);

$$13 - 4a \geq 9; a \leq 1;$$

Ответ: $a \leq 1, a = \frac{13}{4}$.

$$\text{б) } 0,01^x - 2(a+1) \cdot 0,1^x + 4 = 0.$$

Это уравнение — квадратное относительно $t = 0,1^x$.

$$t^2 - 2(a+1)t + 4 = 0.$$

$$1) \frac{D}{4} < 0 \quad (a+1)^2 - 4 = a^2 + 2a - 3 < 0; (a+3)(a-1) < 0; a \in (-3; 1).$$

$$2) \frac{D}{4} \geq 0 \quad t = a+1 \pm \sqrt{a^2 + 2a - 3} \leq 0;$$

$$\begin{cases} a+1 + \sqrt{a^2 + 2a - 3} \leq 0 \\ a+1 - \sqrt{a^2 + 2a - 3} \leq 0 \end{cases}$$

Выберем больший: $a+1 + \sqrt{a^2 + 2a - 3} \leq 0; \sqrt{a^2 + 2a - 3} \leq -a-1,$

$$\begin{cases} -a-1 \geq 0 \\ a^2 + 2a - 3 \leq a^2 + 2a + 1; \\ a \notin (-3; 1) \end{cases} \begin{cases} a \leq -1 \\ a \in (-3; 1) \end{cases}$$

Ответ: $(-\infty; -1] \cup (-3; 1)$.

$$1872 \text{ (c). а) } 9^x + (a+4) \cdot 3^x + 4a = 0;$$

$$D = a^2 + 8a + 16 - 16a = (a-4)^2 \geq 0;$$

$$\text{при всех } a; 3^x = \frac{-(a+4) \pm (a-4)}{2} > 0; \begin{cases} -a > 0; \\ -4 < 0; \end{cases}$$

для существования корня нужно: $-a > 0$;

Ответ: $a < 0$.

$$\text{б) } 25^x - (a-2) \cdot 5^x - 2a = 0; D = a^2 - 4a + 4 + 8a = (a+2)^2 \geq 0 \text{ при всех } a;$$

$$5^x = \frac{(a-2) \pm (a+2)}{2} = \begin{cases} -2; \\ a; \end{cases}$$

Ответ: $a > 0$.

$$1873 \text{ (c). а) } \sqrt{a \cos 2x - 3 \sin 2x} = \cos x, \quad x = 0; \quad \sqrt{a} = 1; \quad a = 1;$$

$$\sqrt{\cos 2x - 3 \sin 2x} = \cos x; \text{ ОДЗ: } \cos x \geq 0; \cos 2x - 3 \sin 2x = \cos^2 x;$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x - 6 \sin x \cos x = \cos^2 x; \sin x \cdot (\sin x + 6 \cos x) = 0;$$

$$x = \pi n, x = -\arctg 6 + \pi n, \cos x \geq 0; \text{ Ответ: } x = 2\pi n, x = -\arctg 6 + 2\pi n.$$

$$\text{б) } \sqrt{2 \sin 2x - a \cos 2x} = -\sin x, \quad x = -\frac{\pi}{2}; \quad \sqrt{a} = 1, \quad a = 1;$$

$$\sqrt{2 \sin 2x - \cos 2x} = -\sin x; \text{ ОДЗ: } \sin x \leq 0; 2 \sin 2x - \cos 2x = \sin^2 x;$$

$$4 \sin x \cos x - \cos^2 x + \sin^2 x - \sin^2 x = 0; \cos x \cdot (4 \sin x - \cos x) = 0;$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, x = \arctg \frac{1}{4} + \pi n; \sin x \leq 0;$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, x = \arctg \frac{1}{4} + \pi + 2\pi n.$$

$$60.18 \text{ (1874). а) } x(x+3)^2 + a = 0;$$

$$x(x+3)^2 = -a; y = x^3 + 6x + 9x;$$

$$y' = 3x^2 + 12x + 9 = 0; x = -3,$$

$$x = -1 \text{ — экстремумы функции } y; y(-3) = 0;$$

$$y(-1) = (-1) \cdot (2)^2 = -4; -4 < -a = 0; 0 < a < 4;$$

$$\text{б) } x^3 - 12x + 1 = a; y = x^3 - 12x + 1; y' = 3x^2 - 12 = 0;$$

$$x = \pm 2; y(-2) = -8 + 24 + 1 = 17; y(2) = -15; -15 < a < 17;$$

$$60.19 \text{ (1875). а) } x^4 - 8x^2 + 4 = a;$$

$$y = x^4 - 8x^2 + 4; y' = 4x^3 - 16x = 0;$$

$$x = 0, x = 2; x = -2; y(0) = 4;$$

$$y(2) = 16 - 32 + 4 = -12; y(-2) = -12;$$

Ответ: $a < -12$.

$$\text{б) } 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 = a; y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2;$$

$$y' = x(12x^2 + 12x - 24) = 0; x = 0, x = -2; x = 1;$$

$$y(0) = 0; y(1) = -5; y(-2) = 48 - 32 - 48 = -32$$

Ответ: $-5 \leq a \leq 0$.

$$1876 \text{ (с). а) } \sqrt{x} = x - a; \text{ ОДЗ: } x \geq 0; a = x - \sqrt{x}; y = x - \sqrt{x};$$

$$y' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0; x = \frac{1}{4}; y\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4};$$

Ответ: при $a < -\frac{1}{4}$ решений нет, при $a = -\frac{1}{4}, a > 0$ — 1 решение, при

$$a \in \left(-\frac{1}{4}; 0\right] \text{ — 2 решения.}$$

$$\text{б) } \sqrt{4-x^2} = x + a; \text{ ОДЗ: } x \in [-2; 2];$$

$$\sqrt{4-x^2} - x = a; y = \sqrt{4-x^2} - x; y' = -\frac{2x}{2\sqrt{4-x^2}} - 1 = 0;$$

$$x = -\sqrt{4-x^2}; \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 = 4-x^2; \end{cases} x = -\sqrt{2};$$

$$y(-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \text{ — максимум; } y(-2) = 2; y(2) = -2;$$

Ответ: $a \in (-\infty; -2)$ — нет решений, $a \in (2\sqrt{2}; +\infty)$ — нет решений,

$a \in [2; 2\sqrt{2})$ — 2 решения, $a \in [-2; 2) \cup \{2\sqrt{2}\}$ — 1 решение.

$$1877 \text{ (с). } |3x+6| = px+2;$$

$$1) x \leq -2; x(3+p) = -8;$$

$$p = -3 \Rightarrow \text{решений нет; } p \neq -3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -\frac{8}{p+3} \leq -2; \frac{2p-2}{p+3} \leq 0; p \in (-3; 1];$$

$$2) x > -2; x(3-p) = -4; p = 3 \Rightarrow \text{решений нет; } p \neq 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{p-1} > -2; \frac{2p-2}{p-3} > 0; p \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty);$$

$$\text{а) } p \in (-\infty; -3] \cup (3; +\infty) \cup \{1\}; \text{ б) } p \in (-3; 1).$$

$$1878 \text{ (с). а) } \begin{cases} y = |x-2| \\ y = ax+1 \end{cases}; |x-2| = ax+1;$$

$$1) x \geq 2; x(1-a) = 3;$$

$$a = 1 \Rightarrow \text{решений нет; } a \neq 1 \Rightarrow$$

$$x = \frac{3}{1-a} \geq 2; 2 + \frac{3}{a-1} \leq 0; \frac{2a+1}{a-1} \leq 0; a \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right);$$

$$2) x < 2; 1 = x \cdot (a+1); a = -1 \Rightarrow \text{решений нет;}$$

$$a \neq -1 \Rightarrow x = \frac{1}{a+1} < 2; \frac{2a+1}{a+1} > 0, a \in (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right);$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right).$$

$$6) |x+4| = ax+2;$$

$$1) x \geq -4; x \cdot (1-a) = -2; a=1 \Rightarrow \text{решений нет}; a \neq 1 \Rightarrow$$

$$x = \frac{2}{a-1} \geq -4; \frac{4a-2}{a-1} \geq 0; a \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty);$$

$$2) x < -4; x \cdot (a+1) = -6; a=-1 \Rightarrow \text{решений нет}; a \neq -1 \Rightarrow$$

$$x = -\frac{6}{a+1} < -4; \frac{4a-2}{a+1} < 0; a \in \left(-1; \frac{1}{2}\right);$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-1; \frac{1}{2}\right).$$

$$1879 \text{ (c). } |x^2 - 4x - 5| = a; y = |x^2 - 4x - 5|;$$

$x_0 = 2$ — абсцисса вершины

$$\text{параболы } y = x^2 - 4x - 5; y(2) = |4 - 8 - 5| = 9;$$

$$a) a = 0, a > 9; \text{ б) } a \in (0; 9).$$

$$1880 \text{ (c). а) } (x-a)^2 - 12|x-a| + 35 = 0;$$

$$1) |x-a| = 7; x = 7+a, x = -7+a;$$

2) $|x-a| = 5; x = 5+a, x = -5+a$; очевидно, уравнение должно иметь 2 положительных и 2 отрицательных корня, причем их знаки будут следующими:

$$\begin{cases} 7+a > 0 \\ 5+a > 0 \\ -5+a < 0 \\ -7+a < 0 \end{cases}; \begin{cases} a > -7 \\ a > -5 \\ a < 5 \\ a < 7 \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } a \in (-5; 5).$$

$$6) (x+a)^2 - 6|x+a| + 8 = 0;$$

$$1) |x+a| = 4; x = 4-a; x = -4-a;$$

$$2) |x+a| = 2; x = 2-a; x = -2-a;$$

т.к. $-4-a < -2-a < 4-a$, то для того, чтобы число положительных корней было больше числа отрицательных, нужно, чтобы $-2-a \geq 0$;

$$\text{Ответ: } a \leq -2.$$

Учебно-методическое издание

Сапожников Андрей Александрович

**Домашняя работа
по алгебре и началам
математического
анализа за 11 класс**

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат
№ 77.99.60.953.Д.000454.01.09 от 27.01.2009 г.

Выпускающий редактор *Л.Д. Лапто*
Дизайн обложки *А.Ю. Горелик*
Компьютерная верстка *М.В. Власова, А.П. Юскова*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов
в ОАО «Владимирская книжная типография»
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7
Качество печати соответствует
качеству предоставленных диапозитивов

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).